

**RESUMEN DEL TRABAJO DE FIN DE MÁSTER:  
TÉCNICAS DE DESCOMPOSICIÓN DE PROBLEMAS DE  
OPTIMIZACIÓN EN EL ÁMBITO DE LA TRANSICIÓN  
ENERGÉTICA**

IGNACIO GÓMEZ CASARES

En el marco de la transición energética que se está llevando a cabo en la Unión Europea, liderada por sus instituciones, se encuentra una normativa que regula una paulatina incorporación de productos de origen bío a los combustibles fósiles de automoción, gasolina y diésel, con el objetivo de reducir las emisiones de  $CO_2$  derivadas del uso de dichos carburantes.

Repsol, una de las principales empresas comercializadoras de estos combustibles en España, se puso en contacto con el Instituto Tecnológico de Matemática Industrial (ITMATI), ahora el Centro de Investigación y Tecnología Matemática de Galicia (CITMAga), para empezar a colaborar en el diseño de una herramienta de optimización que pudiese ayudar en la toma de decisiones de compra de estos productos bío, optimizando el coste y garantizando al mismo tiempo el cumplimiento de la normativa.

En julio de 2021 empezó el proyecto BIOS Planning Optimization (ITMATI-C89-2021) en el cual se comenzó a diseñar el modelo de optimización que constituye el núcleo de funcionamiento de la herramienta. El equipo de investigación estaba conformado por Julio González Díaz, Brais González Rodríguez y yo mismo, además de Elba García Hermida como personal contratado dentro del propio proyecto. Los primeros meses participé en el proyecto en el marco de unas prácticas del Máster en Técnicas Estadísticas orientadas a la realización del TFM en modalidad B. Una vez finalizadas estas prácticas, pasé a formar parte del equipo como investigador colaborador en el marco de mi contrato FPU.

En este trabajo presentamos a grandes rasgos las principales características del proyecto y del modelo de optimización, y llevamos a cabo un análisis de distintos métodos de descomposición que podrían ayudar a reducir el coste computacional de obtener soluciones para el modelo. Analizamos también si estas técnicas son adecuadas para aplicar a nuestro problema y llevamos a cabo también un pequeño estudio computacional, utilizando la implementación de estas técnicas del solver GCG.

Actualmente el proyecto se encuentra en una fase de validación por parte de Repsol, así como en un proceso de inclusión de nuevas funcionalidades para ir adaptando el modelo lo más posible a la operativa real de la empresa. También se plantea la inclusión a medio plazo de funcionalidades más avanzadas que permitan proporcionar una solución más útil para la planificación de la empresa.

En el trabajo presentamos una modelización del problema real de la empresa Repsol. El problema, aunque aparentemente sencillo, puede llegar a tener una gran complejidad computacional por la presencia de variables enteras. Lo que nos planteábamos para este trabajo, aparte de presentar el modelo y la infraestructura desarrollada para su resolución, era analizar posibles técnicas de descomposición y hacer un estudio preliminar de cuán efectivas podrían llegar a ser para este problema en particular.

En el primer capítulo empezamos presentando la motivación detrás de este proyecto, que son las normativas de reducción de emisiones de la Unión Europea. Introdujimos también a grandes rasgos la formulación del modelo de optimización, poniendo como ejemplo algunas de las restricciones del mismo. En el segundo capítulo vimos cómo se está resolviendo actualmente el modelo y cómo éste hace que los solvers tengan problemas numéricos como nos indica Gurobi. También vimos brevemente cómo se está haciendo la gestión de los datos de entrada y salida del modelo, así como la visualización de los resultados de la optimización.

En el tercer capítulo introducimos las principales técnicas de descomposición que se usan para resolver este tipo de problemas, incluyendo Dantzig-Wolfe y Benders que se estudian en la asignatura de Programación Matemática del máster, y Branch and Price que es una extensión de Dantzig-Wolfe a problemas con variables enteras. DW (y B&P) se basa en un proceso denominado generación de columnas, mientras que Benders lo hace en uno “dual” denominado generación de filas. Ambos parten de un problema maestro al que se le quitan la gran mayoría de restricciones o variables, las cuales se van añadiendo en un proceso iterativo siempre de forma que mejoren la función objetivo del problema maestro. Cuando ya no se pueden añadir éstas de forma que mejoren la función objetivo del problema maestro, el algoritmo termina y se obtiene una solución del problema original. Como vimos, estas técnicas se adaptan perfectamente a la estructura de nuestro modelo. La formulación por tanto de las descomposiciones no supone un problema.

La implementación de estos métodos es algo que no abordamos en este trabajo, pero sí que exploramos en el cuarto capítulo la posibilidad de utilizar una implementación existente: la de GCG. Por lo que pudimos probar, es una implementación bastante poco estable, que solo logramos hacer funcionar en el caso de B&P y únicamente en una ejecución con la descomposición automática por parte del propio solver. En cuanto intentábamos introducir una descomposición manual, bien sobre ese problema directamente, bien sobre ese problema tras el tratamiento previo al que le somete GCG, fallaba de tal forma que no nos devolvía ningún tipo de información útil ni sobre la solución ni sobre el motivo del fallo. Tampoco funcionó la descomposición automática para la técnica de Benders, para la que no probamos una descomposición manual ya que según la documentación éstas únicamente las acepta para la técnica de B&P.

A la vista de estos resultados, es bastante evidente que si se quieren usar estas técnicas de descomposición hay dos posibles formas de hacerlo. La primera es llevar a cabo un estudio en profundidad de por qué no funciona la herramienta GCG (quizás cambiando la escala del modelo para reducir los problemas numéricos que pueda haber); la segunda es haciendo una implementación ad-hoc para el problema de optimización del proyecto. Esto se podría incorporar a las tareas futuras del proyecto, imperando siempre en este caso el criterio de Repsol sobre la dirección que debe tomar en el mismo.

## REFERENCES

- [1] M. S. Bazaraa, John J. Jarvis, and Hanif D. Sherali, *Linear programming and network flows*, John Wiley & Sons, 2010.
- [2] J. F. Benders, *Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems*, *Numerische Mathematik* **4** (1962dec), no. 1, 238–252.
- [3] Ksenia Bestuzheva, Mathieu Besançon, Wei-Kun Chen, Antonia Chmiela, Tim Donkiewicz, Jasper van Doornmalen, Leon Eifler, Oliver Gaul, Gerald Gamrath, Ambros Gleixner, Leona Gottwald, Christoph Graczyk, Katrin Halbig, Alexander Hoen, Christopher Hojny, Rolf van der Hulst, Thorsten Koch, Marco Lübbecke, Stephen J. Maher, Frederic Matter, Erik Mühmer, Benjamin Müller, Marc E. Pfetsch, Daniel Rehfeldt, Steffan Schlein, Franziska Schlösser,

- Felipe Serrano, Yuji Shinano, Boro Sofranac, Mark Turner, Stefan Vigerske, Fabian Wegscheider, Philipp Wellner, Dieter Weninger, and Jakob Witzig, *The SCIP Optimization Suite 8.0*, Optimization Online, 2021.
- [4] George B. Dantzig and Philip Wolfe, *Decomposition principle for linear programs*, Operations Research **8** (1960), no. 1, 101–111.
  - [5] David Friberg, *An implementation of the branch-and-price algorithm applied to opportunistic maintenance planning*, Master's Thesis, 2015.
  - [6] Gurobi Optimization, LLC, *Gurobi Optimizer Reference Manual*, 2022.
  - [7] R. Lougee-Heimer, *The common optimization interface for operations research: Promoting open-source software in the operations research community*, IBM Journal of Research and Development **47** (200301), no. 1, 57–66. Copyright - Copyright International Business Machines Corporation Jan 2003; CODEN - IBMJAE.
  - [8] George Nemhauser and Laurence Wolsey, *Integer and combinatorial optimization*, John Wiley & Sons, Inc., 1988.