



Universidade de Vigo

Trabajo Fin de Máster

Optimización dos circuitos de pacientes do Hospital de Día de Oncoloxía

Adrián González Maestro

Máster en Técnicas Estadísticas

Curso 2020-2021

Propuesta de Trabajo Fin de Máster

Título en galego: Optimización dos circuitos de pacientes do Hospital de Día de Oncoloxía
Título en español: Optimización de los circuitos de pacientes del Hospital de Día de Oncología
English title: Optimization of patient circuits in the Oncology Day Hospital
Modalidad: Modalidad B
Autor: Adrián González Maestro, USC
Directora: Balbina Virginia Casas Méndez, USC
Tutor: Francisco Reyes Santiás, FIDIS, Hospital Universitario de Santiago de Compostela
Breve resumen del trabajo: <p>O obxectivo deste traballo é usar a información da que dispoñemos dos pacientes do hospital de día de oncoloxía de Santiago para distribuir as distintas citas médicas que teñen en cada unha das súas visitas a dito centro de xeito que minimicemos a duración das estancias na sala de espera do conxunto total dos pacientes.</p>

Doña Balbina Virginia Casas Méndez, profesora titular de la USC y don Francisco Reyes Santiás, Economista de FIDIS, Hospital Universitario de Santiago de Compostela, informan que el Trabajo Fin de Máster titulado

Optimización dos circuitos de pacientes do Hospital de Día de Oncoloxía

fue realizado bajo su dirección por don Adrián González Maestro para el Máster en Técnicas Estadísticas. Estimando que el trabajo está terminado, dan su conformidad para su presentación y defensa ante un tribunal.

En Santiago de Compostela, a 21 de xuño de 2021.

La directora:

El tutor:

Doña Balbina Virginia Casas Méndez

Don Francisco Reyes Santiás

El autor:

Don Adrián González Maestro

Agradecimientos

Moitas grazas a Beatriz, Nieves, Rosa, Rafael e todos os profesionais sanitarios do CHUS que coa súa colaboración fixeron que fose posible levar a cabo este traballo.

Índice xeral

1. Introducción	1
2. Revisión da literatura	3
3. Presentación do problema	7
4. Modelo de Liang et al.	9
5. Modelos de Hesaraki et al.	15
6. Modelado determinista do problema	21
7. Modelado estocástico do problema	33
8. Conclusións	39
9. Bibliografía	41
10. Anexo	43

Capítulo 1

Introdución

Actualmente, a maioría dos casos diagnosticados de cancro son tratados sen necesidade dunha hospitalización do paciente, o cal en xeral resulta ser una gran axuda que favorece á saúde mental do paciente. É dicir, normalmente as terapias oncolóxicas lévanse a cabo en centros de día aos que acude o paciente unicamente para levar a cabo os distintos requerimentos do seu tratamento, regresando despois ao seu domicilio, onde ten lugar a recuperación da terapia. Por outra parte, durante as últimas décadas, o número de casos de pacientes con cancro aumentou significativamente (aumento que seguimos a experimentar hoxe en día) debido principalmente ao aumento na calidade de vida das persoas, que ten por consecuencia o aumento da esperanza de vida dos individuos, sendo precisamente as persoas de máis avanzada idade as máis propensas a padecer estas enfermidades.

Unha maior demanda implica una maior dificultade á hora de manter a calidade dos servizos ofrecidos aos pacientes. Principalmente referímonos á capacidade de manter estables os tempos de espera dos pacientes durante a súa estancia en ditos centros. Como veremos máis adiante, este tipo de centros teñen uns protocolos de acción moi complexos que poden ser bastante propensos a xerar grandes tempos de espera para os pacientes ante situacións de alta demanda combinada cunha organización mellorable. Isto implica que a organización dos centros clínicos contra o cancro sexa unha tarefa cada vez máis importante, xa que os tratamentos existentes contra esta enfermidade son bastante caros, e polo tanto, fronte á obvia (pero ás veces inviable) solución de invertir máis cartos en ditos centros, xurde a cuestión de se é posible unha mellora da organización dos distintos procedementos que se levan a cabo nestes centros, sen aumentar necesariamente os recursos dos que se dispón.

Para entender a complexidade do funcionamento destes centros, imos resumir brevemente os distintos pasos que se levan a cabo nun día de traballo. Como cada hospital ten as súas peculiaridades e a forma de levar os tratamentos pode variar, imos limitarnos a describir un proceso xenérico que poida representar de forma xeral as tarefas que se levan a cabo nestes centros.

O paciente chega ao edificio e en primeiro lugar realízase unha analítica para poder verificar se a súa saúde está en orde para recibir a quimioterapia. Tras isto, un oncólogo comproba os resultados de dita análise e ten unha revisión persoal co paciente para determinar definitivamente se o tratamento

é validado, modificado ou cancelado. En caso de que o tratamento poida levarse a cabo, trasládase á farmacia a orde de preparar as drogas que o paciente en cuestión precisa. Cando as drogas están listas, trasládanse ata á zona de infusión e avísase ao paciente para que acuda á dita sala, onde seranlle suministradas por vía intravenosa ou subcutánea. Durante a súa estancia nesta sala o paciente ocupará unha cadeira especialmente deseñada para a infusión das substancias. O número destas cadeiras dispoñibles é un dato de vital importancia, pois delimita cantos pacientes poden estar recibindo a terapia simultaneamente. Durante este proceso (cuxa variabilidade é grande, pode durar dende 30 minutos ata máis de 3 horas) una enfermeira debe chequear periódicamente o estado do paciente. Finalmente, cando a quimioterapia remata, a saúde do paciente é chequeada por derradeira vez e se está listo abandoa o centro.

Todo este proceso involucra a colaboración de moitos profesionais do hospital (especializados en tarefas moi diferentes) e o emprego de certos recursos limitados, tanto materiais como humanos. Polo tanto, a existencia dun protocolo de actuación eficiente entre todos estes axentes resulta ser un ingrediente capital á hora de minimizar o tempo de espera dos pacientes.

Por outra parte, para este tipo de centros, ademais da calidade do servizo prestado aos pacientes, tamén é unha importante preocupación o uso eficiente dos seus recursos, tanto materiais coma humanos, debido a que unha mala organización do centro tamén pode desembocar en grandes perdas económicas (os materiais usados para a quimioterapia son moi caros e non deben ser malgastados, e un mal protocolo de acción pode facer que os profesionais traballen máis horas para obter uns resultados que poderían ser acadados con menos tempo de traballo). Este feito non fai senón engadir importancia á cuestión de ter un sistema de organización interno óptimo.

Capítulo 2

Revisión da literatura

Existen multitude de traballos abordando as labores de optimizar a programación de citas de centros de día de oncoloxía.

En Liang et al (2015) abórdase o problema de minimizar os tempos de espera dos pacientes durante un día de traballo nun centro onde ofrécense citas con oncólogos e tratamentos de quimioterapia nun contexto no que xa é sabido cantos pacientes hai que atender e de que tipo son. Inicialmente plantéxase un problema de optimización bi-obxectivo, procurando acadar un traballo balanceado ao longo das xornadas laborais tanto no referente ao uso das cadeiras de quimioterapia como no referente ás consultas cos oncólogos. Para elo, solvéntanse dous problemas de programación, un para realizar a asignación de citas co oncólogo e outro para determinar as horas da quimioterapia. Ambos problemas resólvense imponendo no obxectivo a diferenza entre o máximo e o mínimo uso ao longo do día das salas de consulta e das cadeiras de quimioterapia, respectivamente. Dito uso cuantifícase mediante o número de cadeiras e salas usadas en cada intervalo de tempo do día, sendo un día de traballo dividido nunha partición de intervalos de media hora. As restriccións a respetar para levar a cabo tal minimización responden ás limitacións xeradas polo número finito de cadeiras e de profesionais. Isto é, incapacidade de atender nunha determinada hora un número de pacientes que exceda o número de cadeiras, incapacidade de iniciar un tratamento se non hai unha enfermeira dispoñible, incapacidade de citar a un paciente inmediatamente despois da súa cita co oncólogo etc. O problema é resolto en dúas etapas. Na primeira considéranse as restriccións ligadas aos procesos da quimioterapia e solvéntase o problema de establecer os horarios dos pacientes con dito tratamento. Na segunda etapa tómanse como datos as citacións establecidas no paso anterior, considéranse as restriccións ligadas ás revisións cos oncólogos e resólvese o problema de establecer os horarios para ditas consultas. Unha vez finalizado o proceso, e tras obter un novo método de concertación de citas, úsase a simulación para corroborar que pódese acadar o nivel de carga de traballo equilibrada que se buscaba, así como para comparalo co método xa existente e verificar que o novo é máis eficiente.

En Heshmat e Eltawil (2019), no contexto dun centro ao cal acuden os pacientes para recibir quimioterapia, abórdase o problema de minimizar os retrasos nos tratamentos dos pacientes e o tempo de traballo total do centro. Concretamente, búscase atopar o día óptimo de comezo de tratamento para

cada paciente tal que a partir de ese momento o seu ciclo de quimioterapia remate o antes posible, así como que os profesionais do centro acaden este obxectivo co menor número de horas de traballo posible. Polo tanto búscase optimizar unha función resultado de ponderar estes dous obxectivos, podéndose escoller darlle máis peso a un ou ao outro. O problema resólvese para un horizonte temporal prefixado e tómanse os recursos humanos e materiais como datos. Non obstante, tamén plantéxase o problema tomando o número de recursos como variables de decisión para atopar cal sería o número adecuado de profesionais e cadeiras para conseguir un rendemento óptimo (no caso de que o hospital estivese en condicións de invertir máis cartos niso). Unha vez resolto o problema anterior, e polo tanto estando fixado o número de pacientes para cada día e sabendo o tipo de cancro que padecen, úsase a simulación de eventos discretos (baseada en coñecementos previos acerca dos tempos medios de duración dos distintos procesos segundo o tipo de paciente) para determinar os horarios concretos aos que serán atendidos cada un dos pacientes que están asignados a un día concreto. Desta forma, preséntase a simulación de eventos discretos como unha posible alternativa á resolución analítica do problema de asignación de horarios.

En Turkcan et al (2012) preséntase a situación dun centro clínico ao cal os pacientes acuden para recibir sesións de quimioterapia cunha certa periodicidade, formando ciclos regulares de sesións de tratamento. Persíguense dous obxectivos. Por un lado, reducir o máximo posible os retrasos nos ciclos dos pacientes, dado que as dilatacións excesivas dos lapsos de tempo entre sesións de quimioterapia diminúen en gran medida a súa efectividade. Por outro lado, reducir os custos do hospital asociados ás horas de traballo que son levadas a cabo. Para conseguir todo isto, inténtase levar a cabo a mellor planificación posible, tanto no que respecta á asignación para cada un dos pacientes dos días nos que recibirán o tratamento, como na elección dos horarios aos que serán atendidos todos os pacientes que estean citados para unha data concreta. Este planning será deseñado a un horizonte de días, T . Para afrontar esta situación, plantéxanse dous problemas de programación. O primeiro resolve a cuestión de asignar aos novos pacientes os días nos que recibirán o seu tratamento, de forma que se minimize unha función biobxectivo que está composta pola suma de dous termos. O primeiro refírese á suma total do tempo das horas extras levadas a cabo polos profesionais do centro e as horas nas que ditos profesionais non estaban levando a cabo ningunha labor. O segundo é un sumatorio ponderado dos retrasos producidos en cada un dos tratamentos (ten sentido que os cancros que son máis propensos a mostrar maior resistencia ao tratamento cando se producen retrasos teñan un maior peso en dito sumatorio). Unha vez resolto este problema, afróntase o segundo problema de programación tomando como datos os pacientes asignados a cada día, os tipos de cancro que padecen e os recursos (materiais e temporais) que consumirán. Trátase de minimizar o tempo total de traballo para completar todos os tratamentos respetando as capacidades de traballo dos enfermeiros e tendo en conta as limitacións xeradas polos finitos recursos materiais dos que se dispón. O problema de asignar a cada paciente os días nos que recibirá o seu tratamento é resolto, como xa mencionamos, a un horizonte T . Non obstante, a planificación dos horarios de cada día en concreto realízase unicamente para un prazo de días δ tal que $\delta < T$. Ademais, ningún tratamento novo debe comezar entre o día δ e o día T . Unha vez pasan os primeiros δ días, ambos problemas son resoltos novamente (respetando o feito de que había pacientes que xa tiñan días asignados entre δ e T para a súa terapia). Este proceso cíclico lévase a cabo para poder

actualizar os estados dos pacientes, dado que eventualmente pasarán de ser novos pacientes a antigos pacientes, da mesma forma que nalgún momento pasarán de ser antigos pacientes a abandonar o sistema. Tamén, cada vez que os problemas son resoltos (cada δ días), pode modificarse o valor do horizonte T , para dar a oportunidade ao centro de adaptarse ás variables cantidades de novos pacientes recibidos.

Nos capítulos 4 e 5 describimos con maior detalle dous traballos, de Liang et al. (2015) e de Hesaraki et al. (2019), respectivamente, os cales motivaron os modelos desenrolados neste TFM.

Capítulo 3

Presentación do problema

O hospital de día onco-hematolóxico (HDO) é un servizo do Hospital Clínico Universitario de Santiago de Compostela (CHUS) onde lévânse a cabo tratamentos de quimioterapia en pacientes con distintos tipos de cancros. A área sanitaria de Santiago de Compostela é ampla e por este motivo o HDO recolle aproximadamente 20.000 pacientes ao ano, o cal tradúcese nunhas 30.000 consultas con oncólogos e unhas 20.000 sesións de tratamento. Cada paciente, dependendo do tipo de cancro que padece e da etapa na que este se atopa, ten un tratamento adecuado ás súas propias características, pero todos teñen en común que son realizados de forma periódica. Concretamente os tratamentos poden darse en ciclos dunha sesión cada unha, dúas, tres ou seis semanas. Polo tanto, o número de pacientes a atender no centro (así como o tipo de cancro que padecen) nun día concreto é información coñecida de antemán.

O circuito que segue un paciente neste centro é o seguinte: rexístrase a súa chegada ao centro e realízase unha análise de sangue. Cando os resultados da análise están listos, un oncólogo certifica que estes son correctos e ten unha revisión co paciente. Se todo o relacionado ca saúde do paciente está en orde, ordénase á farmacia a preparación das substancias da quimioterapia do paciente. Cando ditas substancias están listas, lévase ao paciente a un dos sillóns de infusión (no caso de que haxa un libre) e realízase a infusión das substancias. Cando o proceso remata o paciente deixa o sillón e abandoa o centro. Representamos este proceso co seguinte grafo:

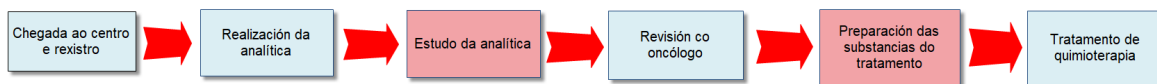


Figura 3.1: Circuito de pacientes nun centro oncológico de día

Durante todo este proceso existen pasos que non involucran ao paciente, e durante os cales este debe agardar na sala de espera. Referímonos ao proceso de estudo da analítica e á preparación das substancias que serán suministradas ao paciente. Isto pode supor ata varias horas de espera para o paciente durante cada visita ao centro, o cal invita a investigar acerca dunha posible mellora na calidade

do servizo ofrecido. Polo tanto, minimizar ese tempo de espera é un obxectivo que debe estar presente na forma en que o centro organiza as citas dos pacientes.

Para formalizar un algoritmo que procese as circunstancias concretas dun día de traballo e determine os horarios das citas, é necesario coñecer dous tipos de datos: os de carácter permanente e os propios do día de traballo en cuestión.

Os datos de carácter permanente son aqueles que permanecen invariantes ao longo do tempo. Polo tanto nesta categoría temos datos determinísticos como o número de sillóns dispoñibles, número de enfermeiros, farmacéuticos e oncólogos dispoñibles e horario de apertura e peche do centro. Estes datos van xerar unhas restriccións de capacidade que será preciso ter en conta.

Concretamente, no HDO danse os seguintes datos: horario de consultas con oncólogos de 8:00 h a 15:00 h, horario de tratamentos de quimioterapia de 8:00 h a 22:00 h, duración das analíticas de entre 45 e 60 minutos, duración das citas con oncólogos de 45 minutos para novos pacientes e 15 minutos para antigos pacientes (en promedio), 9 oncólogos traballando cada mañá, 5 enfermeiros traballando cada mañá e 2 cada tarde cun a maiores de reforzo en determinadas horas, 5 salas con 8 sillóns de quimioterapia (un total de 40 sillóns) e 3 farmacéuticos preparando as infusións cada día. A demora na formación dos medicamentos para os tratamentos é algo do que falaremos en profundidade máis adiante, pero en xeral ten unha duración media de 70 minutos.

Os datos propios do día de traballo en cuestión son o número de pacientes a atender e o tipo de cancro que padece cada un deles (a duración dos tratamentos pode variar según o tipo de cancro), así como cantos deles son pacientes novos e cantos non. Isto último condiciona significativamente o tempo de tratamento do paciente, dado que os enfermeiros precisan un tempo adicional para educar ao paciente novo antes de iniciar a quimioterapia.

Con toda esta información plantexámonos automatizar o sistema de citación para os pacientes facendo uso de técnicas estatísticas e de investigación operativa. O noso obxectivo será atopar un algoritmo que faga esa tarefa minimizando o tempo de espera dos pacientes.

Capítulo 4

Modelo de Liang et al.

Neste capítulo analizaremos o modelo presentado por Liang et al. (2015). Describiremos o contexto no que é aplicado e cales son as semellanzas e diferenzas co noso problema.

Ese traballo realizouse en colaboración coa clínica de hematoloxía e oncoloxía do hospital de Lahey en Burlington, Massachusetts. Como xa comentamos anteriormente, nese traballo tómanse como datos o número de pacientes que hai que atender cada día así como os seus tipos de cancro. Así, afróntase a problemática de determinar os horarios das citas de todos os pacientes que teñen asignados un mesmo día co obxectivo de reducir os tempos de espera dos pacientes e acadar unha carga de traballo balanceada ao longo da xornada para os profesionais do centro.

Os pacientes son separados en tres grupos: aqueles que só teñen cita co oncólogo, os que só teñen asignado un tratamento de quimioterapia e os que teñen ambos compromisos. Todas as horas de traballo da xornada laboral divídense nun número de franxas de igual lonxitude e son enumeradas, facendo así posible identificar un intervalo horario mediante un número enteiro. A asignación dos horarios de todas as citas e tratamentos é levada a cabo en dúas etapas. A primeira etapa consiste en determinar os horarios de todos os tratamentos de quimioterapia de forma que se minimice a diferenza entre a máxima e a mínima ocupación dos sillóns de infusión durante toda a xornada laboral. Isto faise así buscando acadar un equilibrio na carga de traballo de toda a xornada dos enfermeiros encargados de suministrar os tratamentos. Unha vez temos iso determinado, comeza a segunda etapa. Nela, tomamos como datos os horarios anteriormente establecidos e determinamos a qué horas terán lugar as citas cos oncológos de forma que se minimice a diferenza entre a máxima e a mínima ocupación das salas destinadas ás revisións oncolóxicas durante toda a xornada laboral. Novamente, isto faise así perseguindo un equilibrio na carga de traballo da xornada, neste caso a dos oncológos. É preciso notar que, para os pacientes que teñen tanto revisión médica como sesión de quimioterapia, dado que as citas cos oncológos teñen unha duración que non é desprezable e as preparacións dos tratamentos dos pacientes pódense estender durante moitos minutos, débese deixar unha certa cantidade de tempo (a determinar convenientemente segundo o contexto) entre os horarios de comezo de ambos compromisos.

Procedemos a presentar a notación usada para modelar matematicamente ambas etapas.

Parámetros:

D : duración máis grande dentro do conxunto de todas as duracións das revisións e os tratamentos dos pacientes.

NC_{id} con $i \in \{1, 2\}$ e $d \in \{1, \dots, D\}$: número de pacientes de tipo i ($i=1$ significa que o paciente ten cita co oncólogo e quimioterapia mentres que $i=2$ quere dicir que o paciente só ten quimioterapia) cun tratamento de quimioterapia asociado de duración d .

NO_{jd} con $j \in \{1, 2\}$ e $d \in \{1, \dots, D\}$: número de pacientes de tipo j ($j=1$ significa que o paciente ten cita co oncólogo e quimioterapia mentres que $j=2$ quere dicir que o paciente só ten cita co oncólogo) cunha cita médica asociada de duración d .

T : número de intervalos horarios dos que se dispón na xornada de traballo.

R_t con $t \in \{1, \dots, T\}$: número de enfermeiros dispoñibles para suministrar tratamentos de quimioterapia no intervalo t .

P_t con $t \in \{1, \dots, T\}$: número de salas de consulta dispoñibles no intervalo t .

F : número de sillóns de infusión dispoñibles.

s : tempo que ten que haber entre a cita co oncólogo e a quimioterapia.

Variables:

x_{idt} con $i \in \{1, 2\}$, $d \in \{1, \dots, D\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable enteira que determina o número de pacientes de tipo i cun tratamento de quimioterapia de duración d previsto para comezar na hora t .

y_{jdt} con $j \in \{1, 2\}$, $d \in \{1, \dots, D\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable enteira que determina o número de pacientes de tipo j cunha cita co oncólogo de duración d prevista para comezar na hora t .

c_t : variable enteira que determina o número de sillóns ocupados na franxa horaria t .

o_t : variable enteira que determina o número de salas destinadas a revisións oncolóxicas ocupadas na franxa horaria t .

z , v , h e w : variables auxiliares que usaremos para linealizar o obxectivo.

Orixinamente, no traballo de Liang et al. (2015) traballábase con funcións non lineais definidas a partir de máximos e mínimos das variables c_t e o_t . Aquí presentamos esos obxectivos linealizados.

Presentamos a primeira etapa do algoritmo:

minimizar: $z + v$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^{T-d+1} x_{i,d,t} = NC_{i,d}, \quad \forall i \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (1)$$

$$\sum_{d=1}^D \sum_{u=\max\{t-d+1, 1\}}^t (x_{1,d,u} + x_{2,d,u}) = c_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2)$$

$$\sum_{d=1}^D (x_{1,d,t} + x_{2,d,t}) \leq R_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (3)$$

$$c_t \leq F, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4)$$

$$c_t \leq z, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (5)$$

$$-c_t \leq v, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{i,d,t} \leq NC_{i,d}, \quad \forall i \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^{T-d+1} y_{j,d,t} = NO_{j,d}, \quad \forall j \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (8)$$

$$\sum_{d=1}^D \sum_{u=\max\{t-d+1, 1\}}^t (y_{1,d,u} + y_{2,d,u}) \leq P_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (9)$$

$$\sum_{d=1}^D y_{1,d,t} = \sum_{d=1}^D x_{1,d,t+s}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T-s\} \quad (10)$$

$$\sum_{t=1}^T y_{j,d,t} \leq NO_{j,d} \quad \forall d \in \{1, \dots, D\}, \forall j \in \{1, 2\} \quad (11)$$

$$y_{1,d,t} = 0, \quad \forall t \in \{T-s+1, \dots, T\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (12)$$

$$x_{idt}, y_{jdt}, c_t \in \mathbf{Z}^+, \quad \forall i \in \{1, 2\}, \forall j \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\}, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (13)$$

A función obxectivo xurde despois dun proceso de linearización. O plantexamento inicial sería minimizar a diferenza entre a máxima e a mínima ocupación dos sillóns ao longo da xornada, é dicir, minimizar: $\max\{c_t, \text{ tal que } t \in \{1, \dots, T\}\} - \min\{c_t, \text{ tal que } t \in \{1, \dots, T\}\}$. Podemos linearizar esta expresión simplemente colocando no obxectivo a suma $z + v$ e engandindo as restriccións (5) e (6) ao problema. En canto ao resto de restriccións, as número (1) e (7) asegúranse de que todos os pacientes que precisan quimioterapia son asignados a un tratamento. A restricción (2) determina o número de sillóns ocupados en cada franxa horaria. A número (3) limita, para cada momento, o número de comezos de quimioterapia en función do número de enfermeiros dispoñible. A número (4) impide que en calquera franxa horaria sexan programados un número de tratamentos que exceda o número de sillóns dos que dispón o centro. As número (8) e (11) asegúranse de que todos os pacientes que precisan unha revisión oncolóxica son asignados a unha. A restricción (9) determina o número de salas de citacións oncolóxicas ocupadas en cada franxa horaria. A número (10) verifica que se cumpre o marxe de tempo establecido entre o comezo dunha revisión e o comezo dun tratamento no caso dun paciente que estea programado para ambos compromisos. A restricción (12) asegúrase de que cando un paciente ten os dous tipos de compromiso, a revisión oncolóxica non se programa demasiado tarde como para non poder levar a cabo despois a quimioterapia. Finalmente, a restricción (13) impide que as variables de decisión tomen valores non naturais.

Nótese que a solución obtida nesta etapa proporciona un reparto definitivo da carga de traballo en canto ás sesións de quimioterapia e un reparto momentáneo da carga de traballo en canto ás revisións oncolóxicas. Durante a segunda etapa respétase a distribución das citas dos tratamentos, o cal no modelado traducirase en que c_t pasará de ser unha variable a ser un parámetro tomando os valores cos que finalizou a primeira etapa (o resto de variables de dita etapa conservan o seu estatus). Con esa restricción cumprida, buscarase unha nova planificación para as revisións oncolóxicas, intentando balancear a carga de traballo que estas xeran ao longo da xornada laboral.

Plantexemos entón a segunda etapa do algoritmo:

minimizar: $h + w$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^{T-d+1} x_{i,d,t} = NC_{i,d}, \quad \forall i \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (1)$$

$$\sum_{d=1}^D \sum_{u=\max\{t-d+1, 1\}}^t (x_{1,d,u} + x_{2,d,u}) = c_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2)$$

$$\sum_{d=1}^D (x_{1,d,t} + x_{2,d,t}) \leq R_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (3)$$

$$o_t \leq h, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (13)$$

$$-o_t \leq w, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (14)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{i,d,t} \leq NC_{i,d}, \quad \forall i \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^{T-d+1} y_{j,d,t} = NO_{j,d}, \quad \forall j \in \{1, 2\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (8)$$

$$\sum_{d=1}^D \sum_{u=\max\{t-d+1, 1\}}^t (y_{1,d,u} + y_{2,d,u}) \leq P_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (9)$$

$$\sum_{d=1}^D \sum_{u=\max\{t-d+1, 1\}}^t (y_{1,d,u} + y_{2,d,u}) = o_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (15)$$

$$\sum_{d=1}^D y_{1,d,t} = \sum_{d=1}^D x_{1,d,t+s}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T-s\} \quad (10)$$

$$\sum_{t=1}^T y_{j,d,t} \leq NO_{j,d} \quad \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (11)$$

$$y_{1,d,t} = 0, \quad \forall t \in \{T-s+1, \dots, T\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (12)$$

Ao igual que na etapa anterior, a función obxectivo orixinal non é esa. Neste caso sería $\max\{o_t, \text{tal que } t \in \{1, \dots, T\}\} - \min\{o_t, \text{tal que } t \in \{1, \dots, T\}\}$. Pero novamente substituímos esta expresión por unha matematicamente equivalente mediante un proceso de linearización análogo. En esencia, esta nova etapa distribue a carga de traballo das citas oncolóxicas de igual forma que se fixo na etapa anterior cos tratamentos de quimioterapia.

Chegados a este punto, temos determinadas definitivamente as variables $x_{i,d,t}$ e $y_{j,d,t}$. Isto determina unha distribución exacta do número de revisións e tratamentos que se deben levar a cabo en cada franxa horaria, aínda que non aporta unha expresión explícita dos horarios de cada paciente concreto. A continuación ofrecemos unha pequena aportación que axuda a obter, a partires dos resultados do traballo de Liang et al. (2015), unhas expresións explícitas dos horarios de cada paciente aos que se ten chegado. Para elo plantexaremos outro problema de programación, do cal describimos a continuación o conxunto de variables e parámetros:

Parámetros:

T : número de intervalos horarios dos que se dispón na xornada de traballo.

n : número de pacientes que só teñen cita co oncólogo.

m : número de pacientes que só teñen cita de quimioterapia.

v : número de pacientes que teñen ambos compromisos.

o_i con $i \in \{1, \dots, n\}$: duración das citas dos pacientes que só teñen oncólogo.

q_i con $i \in \{1, \dots, m\}$: duración das citas dos pacientes que só teñen quimioterapia.

oqo_i con $i \in \{1, \dots, v\}$: duración das citas de oncoloxía dos pacientes que teñen ambos compromisos.

oqq_i con $i \in \{1, \dots, v\}$: duración das citas de quimioterapia dos pacientes que teñen ambos compromisos.

x_{idt} e y_{jdt} con $i \in \{1, 2\}$, $j \in \{1, 2\}$, $d \in \{1, \dots, D\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: valores obtidos coa resolución dos modelos anteriores.

Variáveis:

aso_{it} con $i \in \{1, \dots, n\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable binaria que toma o valor 1 se o paciente i (do conxunto de pacientes que só teñen oncólogo) comeza a súa revisión no período horario t .

asq_{it} con $i \in \{1, \dots, m\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable binaria que toma o valor 1 se o paciente i (do conxunto de pacientes que só teñen quimioterapia) comeza o seu tratamento no período horario t .

$asoqo_{it}$ con $i \in \{1, \dots, v\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable binaria que toma o valor 1 se o paciente i (do conxunto de pacientes con ambos compromisos) comeza a súa revisión no período horario t .

$asoqq_{it}$ con $i \in \{1, \dots, v\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable binaria que toma o valor 1 se o paciente i (do conxunto de pacientes con ambos compromisos) comeza o seu tratamento no período horario t .

Xa estamos en posición de plantexar o problema de asignación de pacientes a horarios:

minimizar: 1

suxeito a:

$$\sum_{i=1, o_i=d}^n aso_{i,t} = y_{2,d,t}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1, q_i=d}^m asq_{i,t} = x_{2,d,t}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1, oqo_i=d}^v asoqo_{i,t} = y_{1,d,t}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1, oqq_i=d}^v asoqq_{i,t} = x_{1,d,t}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall d \in \{1, \dots, D\} \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T aso_{i,t} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad (5)$$

$$\sum_{t=1}^T asq_{i,t} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^T asoqo_{i,t} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, v\} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^T asoqq_{i,t} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, v\} \quad (8)$$

A función obxectivo é completamente irrelevante, o único que perseguimos resolvendo este problema é atopar puntos que estean na rexión factible do modelado plantexado. É dicir, buscamos calquera asignación explícita de horarios a pacientes que respete a distribución da carga de traballo de oncólogos e enfermeiros acordada tras a resolución do modelado de Liang et al. (2015). As catro primeiras restriccións son as encargadas de asignar aos distintos tipos de pacientes as horas de comezo dos seus compromisos, mentres que as catro últimas aseguran que cada paciente comeza a súa revisión e/ou terapia exactamente unha vez.

Os modelos presentados neste capítulo poden ser de utilidade para representar o problema real que motiva este traballo. Foron programados coa linguaxe *AMPL* e resoltos con *GUROBI* para distintos conxuntos de datos proporcionando os resultados esperados. Tamén teñen a vantaxe de poder ser resoltos exactamente para un número de pacientes elevado, como pode ser o número de pacientes que visitan o hospital de día nunha xornada normal de traballo. Antes de decantarnos por un modelo concreto, revisouse tamén outro posible modelo, máis recente, que ten a vantaxe de asignar xa inicialmente a cada paciente a súa hora de inicio de tratamento, que é o modelo revisado no seguinte capítulo.

Capítulo 5

Modelos de Hesaraki et al.

O modelado do artigo de Hesaraki et al. (2019) pode aplicarse en centros de día oncolóxicos cunhas necesidades bastante concretas. En dito documento estúdase unha forma de proceder cando, para un día de traballo dado, os pacientes do centro teñen asignadas citas co seu oncólogo e tratamentos de quimioterapia. Ademais, pártese da hipótese de que as citas cos oncólogos de cada un dos pacientes están programadas de antemán, e o problema enfrentado consiste en determinar os horarios das sesións de tratamento de quimioterapia de cada paciente.

O feito de que as citas cos oncólogos xa están programadas será un dos principais condicionantes á hora de establecer os horarios das terapias. Aparte deste factor delimitante, tamén contéplanse outros. Un deles é a urxencia que pode ter un paciente para ser atendido por pertencer a un determinado grupo de enfermos especialmente delicado (por exemplo, para un paciente que teña unha saúde especialmente débil, poderíamos pensar que sería conveniente evitar que pase largos períodos de tempo na sala de espera). Outro factor condicionante será a necesidade que poden ter certos pacientes en rematar a súa sesión antes dunha certa hora. Esta necesidade pode darse, por exemplo, cando un paciente ten o seu domicilio lonxe do centro de día, para evitar así un desprazamento largo durante as últimas horas do día.

As anteriormente descritas serían as restriccións máis características e identificativas deste modelo, pero, como en tódolos modelos deste ámbito, hai tamén unha serie de limitacións de capacidade que debemos respetar. Entre elas atópanse o número de sillóns de infusión dos que dispón o hospital, o número de enfermeiros que traballan durante unha xornada laboral no hospital, o número deses enfermeiros que está dispoñible en cada momento da xornada e o número de pacientes que un enfermeiro pode monitorizar simultaneamente. Estas últimas restriccións débense aos feitos de que os enfermeiros toman descansos durante a xornada laboral e a capacidade de traballo de ditos profesionais é evidentemente finita, e non poden solventar distribucións de traballo moi irregulares que provoquen picos demasiado marcados nas súas obrigas. Concretamente, cada enfermeiro pode iniciar unicamente un tratamento en cada período de tempo, o cal ademais ocuparía toda a súa capacidade de traballo durante esa franxa horaria. Paralelamente, cada enfermeiro pode monitorizar unha certa cantidade máxima de pacientes en cada intervalo.

Unha vez satisfeitas todas estas restricións, o obxectivo é atopar unha asignación do horarios para os tratamento dos pacientes para, ou ben minimizar os períodos de tempo nos que un paciente xa está preparado para recibir a quimioterapia pero atópase en espera para recibila, ou ben minimizar a cantidade de tratamentos que son levados a cabo nas últimas horas de traballo do día. Tamén podemos tomar como obxectivo un compromiso entre ambas cuestións. Para a determinación deses horarios será preciso tomar o número total de horas de traballo do centro e dividilas nunha certa cantidade de intervalos de tempo de igual lonxitude. Numeraremos eses intervalos e así poderemos identificar unha certa franxa horaria mediante un único número.

Plantéxanse dúas formas lixeiramente diferentes de modelar matemáticamente esta situación. A continuación detallamos a notación que se usa para ambas propostas.

Parámetros:

T : parámetro enteiro que determina o número de intervalos horarios dos que se dispón na xornada de traballo.

P : parámetro enteiro que determina o número de pacientes que teñen asignado un tratamento de quimioterapia durante a xornada de traballo.

l_p con $p \in \{1, \dots, P\}$: vector de dimensión P que recolle a duración dos tratamentos de cada paciente.

d_p con $p \in \{1, \dots, P\}$: vector de dimensión P que recolle, para cada paciente, o intervalo de tempo no que o tratamento debe rematar (se é que non rematou xa nun intervalo anterior).

w_p con $p \in \{1, \dots, P\}$: vector de pesos de dimensión P que outorgalle a cada paciente un nivel de prioridade para o seu tratamento.

r_p con $p \in \{1, \dots, P\}$: vector de dimensión P que recolle, para cada paciente, o intervalo de tempo a partires do cal o tratamento pode comezar.

N : número de enfermeiros traballando durante a xornada.

$Ndisp_t$ con $t \in \{1, \dots, T\}$: vector de dimensión T que denota o número de enfermeiros dispoñibles durante cada intervalo de tempo.

K : número de sillóns de infusións dos que dispón o hospital.

M : número de pacientes que un enfermeiro pode monitorizar simultaneamente.

c_t con $t \in \{1, \dots, T\}$: vector de dimensión T que recolle a penalización por retraso asociada a cada intervalo de tempo.

c : parámetro positivo que determina o custo fixo de levar a cabo tratamentos en calquera intervalo de tempo.

Variables:

x_{it} con $i \in \{1, \dots, P\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable binaria que toma o valor 1 se o paciente i comeza o seu tratamento no período horario t .

C_{max} : variable enteira que determina a partires de que franxa horaria non se levarán a cabo máis tratamentos.

Presentamos, en primeiro lugar, un modelado binario:

$$\text{minimizar: } \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T [w_p \cdot (t-1-r_p) \cdot x_{p,t} + c_t \cdot \sum_{a=\max\{1,t-l_p+1\}}^t x_{p,a}]$$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^T x_{p,t} = 1, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{r_p} x_{p,t} = 0, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ tal que } r_p > 0 \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T (t+l_p-1) \cdot x_{p,t} \leq \min\{d_p, T\}, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (3)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=\max\{1,t-l_p+1\}}^t x_{p,a} \leq K, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4)$$

$$\sum_{p=1}^P [(1 - \frac{1}{M}) \cdot x_{p,t} + \frac{1}{M} \cdot \sum_{a=\max\{1,t-l_p+1\}}^t x_{p,a}] \leq \text{Dispt}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (5)$$

Como vemos, a función obxectivo é o sumatorio dunha expresión conformada por dous sumandos. O primeiro deles é unha expresión que crece conforme aumenta o tempo transcurrido entre o momento no que o tratamento do paciente puído comezar e o momento no que realmente comezou. Tamén aumenta en función da urxencia do paciente en cuestión. O segundo termo fai referencia ás penalizacións por levar a cabo tratamentos nas últimas horas laborables do día. Segundo o formalizamos aquí, ambos termos terían o mesmo peso no obxectivo, pero poderíamos multiplicar ambas expresións por un par de pesos se quixésemos darlle máis importancia a algún dos dous.

A restricción (1) asegura que por cada paciente lévase a cabo un único tratamento. A restricción (2) garante que ningún tratamento sexa programado nun horario no cal o paciente en cuestión aínda non estea preparado para recibilo. A restricción (3) ten a función de evitar que un tratamento remate despois da hora de peche do hospital ou despois da hora límite asignada ao paciente de dito tratamento. Impoñemos a restricción (4) para evitar que nalgún momento o número de sillóns do hospital sexa excedido polo número de tratamentos en curso. Por último, a finalidade da restricción (5) é garantir que non se excede a capacidade de traballo dos enfermeiros.

Agora presentamos a alternativa, un modelado enteiro. Neste modelado introducimos a variable enteira C_{max} na función obxectivo, a cal representa a partires de que franxa horaria non se levarán a cabo máis tratamentos. Tamén usaremos o parámetro c , o cal será un escalar positivo que identifica o custo fixo por unidade de tempo realizando tratamentos. Desta forma, substituímos na función obxectivo do anterior modelado a expresión:

$$c_t \cdot \sum_{a=\max\{1,t-l_p+1\}}^t x_{p,t}$$

por $c \cdot C_{max}$. Así, tratamos a problemática da carga de traballo das últimas horas do día dunha forma menos pormenorizada. Non se ten en conta cantos tratamentos hai durante unha franxa horaria,

simplemente diferénciase entre a cuestión cualitativa de se hai un ou máis en proceso ou non. Por outra parte, se levamos a cabo esos cambios debemos ter en conta que na restricción (3) deberíamos substituír o parámetro T por C_{max} . Isto sería matematicamente correcto e teríamos o novo modelado ben definido, pero esa nova restricción sería non lineal. Polo tanto é mellor opción substituír a restricción (3) polas seguintes tres:

$$C_{max} \leq T \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^T (t + l_p - 1) \cdot x_{p,t} \leq C_{max}, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^T (t + l_p - 1) \cdot x_{p,t} \leq d_p, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (8)$$

A restricción (6) asegura que a hora que se seleccione como a derradeira na que se levan a cabo tratamentos non exceda o horario de peche do centro. Por outro lado, a restricción (7) evita que ningunha sesión de quimioterapia teña lugar despois da dita hora. Finalmente, a restricción (8) asegura que ningún tratamento ten lugar despois da franxa horaria marcada como límite para cada un dos pacientes. Desta forma, estas tres restriccións en conxunto cumpren cas necesidades que cubría a restricción (3).

En consecuencia, o modelado enteiro sería o seguinte:

$$\text{minimizar: } c \cdot C_{max} + \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T [w_p \cdot (t - 1 - r_p) \cdot x_{p,t}]$$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^T x_{p,t} = 1, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{r_p} x_{p,t} = 0, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ tal que } r_p > 0 \quad (2)$$

$$C_{max} \leq T \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^T (t + l_p - 1) \cdot x_{p,t} \leq C_{max}, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^T (t + l_p - 1) \cdot x_{p,t} \leq d_p, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (8)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=\max\{1, t-l_p+1\}}^t x_{p,a} \leq K, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4)$$

$$\sum_{p=1}^P [(1 - \frac{1}{M}) \cdot x_{p,t} + \frac{1}{M} \cdot \sum_{a=\max\{1, t-l_p+1\}}^t x_{p,a}] \leq Ndispt, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (5)$$

Se ben é certo que este modelado ten máis restriccións que o anterior e introduce unha variable adicional na función obxectivo, queremos sinalar que presenta a vantaxe de que a súa interpretación pode resultar máis amable e intuitiva que a do modelado binario. Isto débese a que pártese da hipótese de que as penalizacións horarias aumentan co paso do tempo de forma lineal, o cal permite unha

formalización matemática máis cómoda e inmediata. Tampouco require o cálculo de todos os valores do vector de penalizacións c_t , pois basta coa introducción dunha penalización única e global para cada franxa horaria, c .

Capítulo 6

Modelado determinista do problema

Durante a semana do 11 de xaneiro de 2021 recollimos datos no hospital de día de oncoloxía acerca da duración dos distintos tempos relativos ás consultas cos oncológos e os tratamentos de quimioterapia. Concretamente, tomáronse os tempos das diferenzas horarias entre as horas teóricas e reais dos comezos das revisións oncolóxicas, os tempos das duracións de ditas revisións, os tempos das diferenzas horarias entre as finalizacións das revisións e os momentos nos que as substancias están listas para ser administradas, e finalmente os tempos das duracións dos tratamentos de quimioterapia.

A partires destes datos intentaremos facernos unha idea de onde se atopan as etapas críticas do proceso e de como afrontar o modelado do problema. Usaremos táboas para agrupar os tempos das distintas variables de forma discreta mediante a súa clasificación en distintos intervalos finitos de tempo (medidos en minutos). Tamén representaremos boxplots e histogramas das distintas variables.

	[0, 15)	[15, 30)	[30, 45)	[45, 60)	[60, 90)	[90, ∞)	Totais
Luns	11	13	13	3	6	3	49
Martes	21	9	12	9	5	1	57
Mércores	19	10	11	5	4	5	54
Xoves	19	16	9	2	3	1	50
Venres	26	11	7	1	3	3	51
Total	96	59	52	20	21	13	261

Táboa 6.1: Frecuencias absolutas das diferenzas entre as horas de comezo teóricas e reais das revisións dos pacientes

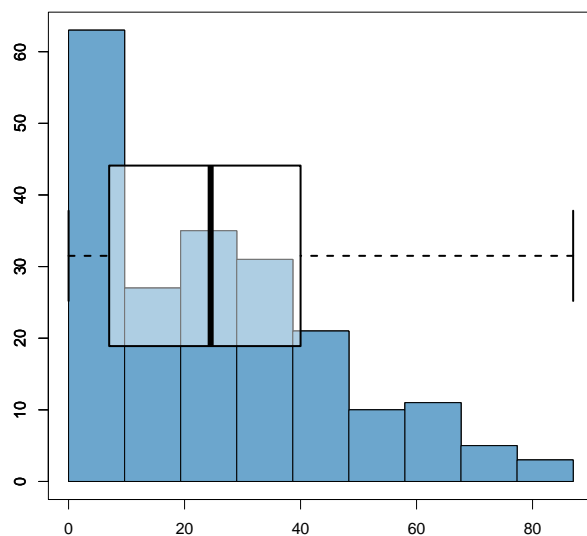


Figura 6.1: Histograma e boxplot das diferenzas (en minutos) entre os comezos reais e teóricos da revisión oncolóxica

Na figura 6.1 que acompaña á táboa 6.1 podemos ver que a maioría das revisións oncolóxicas non se demoran máis de 45 minutos respecto da súa hora estimada de comezo. Non obstante, todavía existen cantidades non despreziables de datos a partir de dito umbral, e o rango intercuartílico mostral supera os 30 minutos de duración, o cal indica a gran variabilidade que conleva esta etapa de agarda.

	[0, 15)	[15, 30)	[30, 45)	[45, 60)	[60, 90)	[90, ∞)	Totais
Luns	32	10	5	1	0	1	49
Martes	33	10	3	1	2	5	54
Mércores	39	7	1	0	0	7	54
Xoves	27	10	4	1	2	6	50
Venres	28	14	2	0	0	7	51
Total	159	51	15	3	4	26	258

Táboa 6.2: Frecuencias absolutas dos tempos de duración das revisións oncolóxicas

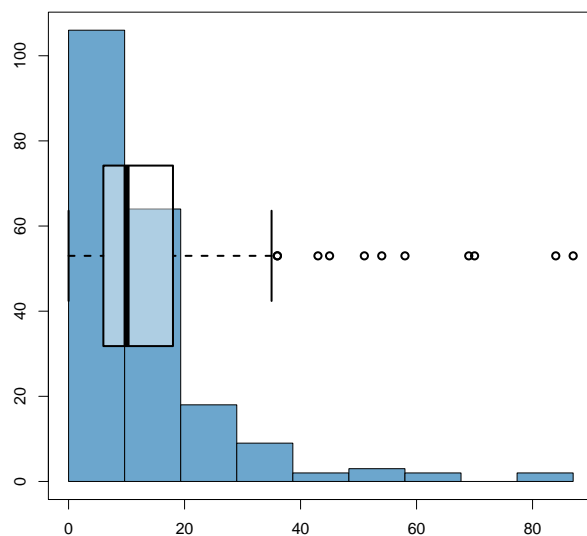


Figura 6.2: Histograma e boxplot das duracións (en minutos) das revisións oncolóxicas

Con respecto á duración das citas co oncolóxico, parece claro que en xeral non se alcanza o cuarto de hora de duración (máis do 60% dos datos amosan tempos inferiores aos 15 minutos). Como podemos observar na figura 6.2 e na táboa 6.2, esta etapa do proceso parece bastante estable. O rango intercuartílico apenas supera os 10 minutos e existen relativamente poucos casos atípicos. Semella unha etapa bastante menos preocupante que a súa predecesora.

	[0, 30)	[30, 60)	[60, 90)	[90, 120)	[120, 150)	[150, ∞)	Totais
Luns	5	20	21	5	0	0	51
Martes	12	11	21	8	11	2	65
Mércores	16	15	25	6	0	0	62
Xoves	10	12	19	6	0	3	50
Venres	10	12	10	18	1	0	51
Total	53	70	96	43	12	5	279

Táboa 6.3: Frecuencias absolutas dos tempos entre a finalización da revisión e o momento no que as substancias están listas

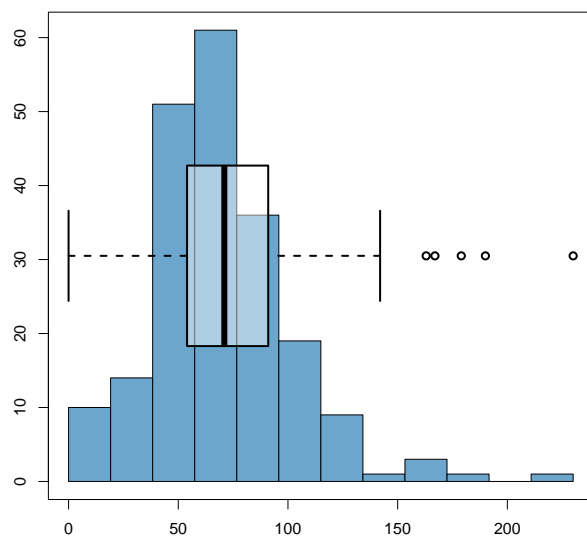


Figura 6.3: Tempos entre a finalización da revisión oncolóxica e o momento no que as substancias están listas para o tratamento

A preparación das substancias é a etapa máis problemática de todo o proceso. Como se pode apreciar na figura 6.3 e na táboa 6.3, os tempos de duración tenden a agruparse entre os 50 e os 100 minutos. Ademais, o rango intercuartílico ronda os tres cuartos de hora. Polo tanto estamos ante unha etapa de tempos dilatados en promedio e unha gran variabilidade. Isto condicionará fortemente a definición final do algoritmo de asignación de citas.

	[0, 50)	[50, 100)	[100, 150)	[150, 200)	[200, 250)	[250, 300)	[300, 350)	[350, ∞)	Totais
Luns	6	13	19	9	9	2	3	3	64
Martes	7	25	12	9	11	4	3	5	76
Mércores	4	17	12	10	13	4	2	2	64
Xoves	2	15	17	5	9	3	3	3	57
Venres	3	19	6	6	7	8	0	4	53
Total	22	89	66	39	49	21	11	17	314

Táboa 6.4: Frecuencias absolutas dos tempos de duración dos tratamentos de quimioterapia

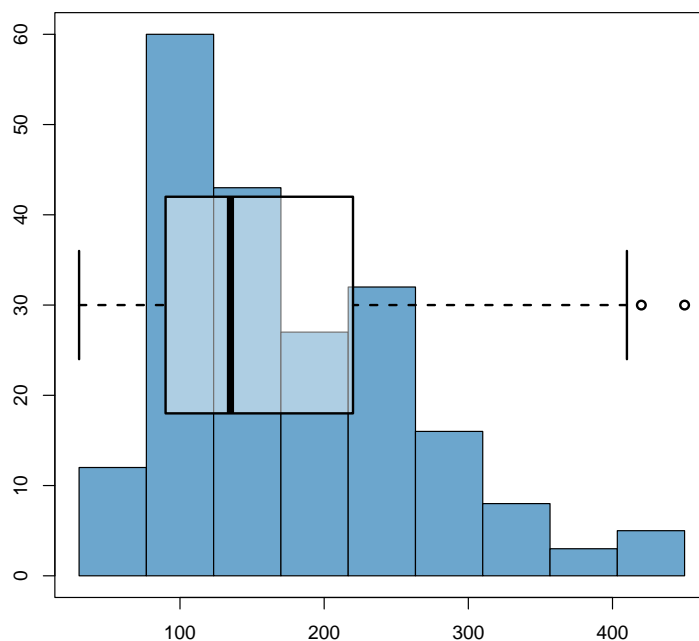


Figura 6.4: Duracións dos tratamentos de quimioterapia

A través da táboa 6.4 e a figura 6.4 podemos observar que, como é frecuente nos centros de oncoloxía, a etapa dos tratamentos de quimioterapia é a que máis variabilidade posúe, presentando importantes volumes de datos máis alá das catro horas de duración. A comparativa entre estes últimos tempos e os datos das duracións das revisións oncolóxicas é clara respecto a que esta etapa presenta moita máis variabilidade. En concreto, os datos recollidos no HDO durante esa semana amosan que máis do 80 % das revisións oncolóxicas levadas a cabo tiveron unha duración inferior á media hora mentres que no referente aos tratamentos de quimioterapia vemos que o 35.35 % do total tiveron unha duración de entre 0 e 100 minutos, o 33.4395 % tiveron unha duración de entre 100 e 200 minutos, o 22.2930 % tiveron unha duración de entre 200 e 300 minutos e o 8.9172 % tiveron unha duración superior aos 300 minutos. Por outra parte, cabe mencionar que a etapa dos tratamentos de quimioterapia é a derradeira do proceso, e polo tanto a que máis incertidume arrastra respecto á súa posible hora de comezo. Concretamente, gran parte desta incertidume explícase polo proceso inmediatamente anterior: a etapa de farmacia. Dita etapa é a segunda que máis variabilidade presenta despois da propia etapa da quimioterapia. Todos estes factores fan que a planificación dos horarios dos tratamentos sexa unha labor máis delicada que a planificación das consultas oncolóxicas.

Resulta polo tanto evidente que a planificación dos horarios das sesións de quimioterapia require unha especial atención, atendendo ás duracións concretas dos tratamentos de cada un dos pacientes. Con isto en mente, pensamos na posibilidade de manter o sistema actual de asignación de revisións

oncolóxicas e na aplicación dun algoritmo que, a partires de dita información, establezca os horarios dos tratamentos de quimioterapia de cada paciente. A idea sería establecer unha certa cantidade de tempo a modo de marxe entre a finalización das revisións oncolóxicas e o comezo dos tratamentos de quimioterapia que consideremos apropiada para unha gran maioría dos pacientes. A partires de aí, teríamos unha hora estimada para cada paciente a partires da cal estaría listo para recibir o tratamento de quimioterapia e poderíamos establecer, para todos os tratamentos, uns horarios óptimos respecto ao tempo de espera estimado do conxunto de todos os pacientes desa xornada. Desta forma, o paciente tería de antemán non só unha hora estimada para a súa revisión co oncólogo, senon tamén unha hora para recibir o seu tratamento de quimioterapia. Así, ademáis do proceso de optimización en si mesmo, introducimos o beneficio para o paciente de saber a qué hora (ou a partires de qué hora, no caso dunha xornada con hipotéticos retrasos) será chamado para iniciar o seu tratamento, permitíndolle organizar o seu tempo ocioso sen ter a incertidume de poder ser reclamado polo HDO en calquera momento.

Consultando en detalle os datos recollidos durante a semana do 11 ao 15 de xaneiro vemos que, se queremos tomar unha cota superior para as diferenzas entre as horas de comezo teóricas e reais das revisións oncolóxicas que sexan cumpridas polo 85 % dos pacientes, debemos percorrer aos 60 minutos. Por outra parte, para establecer unha cota superior para os tempos de duración de ditas revisións apta novamente para un 85 % dos pacientes, precisamos tamén de 60 minutos. No referente aos tempos de preparación das substancias da terapia, para obter novamente unha cota que abarque un 85 % dos pacientes precisamos de 90 minutos. Pode parecer polo tanto suficientemente prudente tomar unha marxe de 210 minutos sobre a hora teórica do comezo da revisión oncolóxica para determinar o momento a partires do cal tanto o paciente como o tratamento estarían listos para a sesión de quimioterapia. Esta marxe debería aplicarse indiscriminadamente a todos os pacientes dado que, de entrada, non dispoñemos de ningunha estimación da duración concreta das revisións de cada un dos pacientes. Polo contrario, si que dispoñemos dunha estimación da duración dos tratamentos de quimioterapia que van recibir cada un dos pacientes.

O modelo de Hesaraki (analizado en profundidade no capítulo anterior) foi deseñado para aplicar en situacións similares á que nos atopamos nós no HDO. Polo tanto, intentaremos adaptar dito modelo ás nosas necesidades, realizando as modificacións que consideremos oportunas para o seu correcto funcionamento.

En primeiro lugar, lembramos que o modelo de Hesaraki partía da base de que todos os pacientes tiñan asignadas as horas ás que debían acudir ás súas revisións oncolóxicas. A partires de aí, asignábase a cada paciente un “ready time”, o cal designaba a partires de que hora se esperaba que dito paciente estivese listo para recibir o tratamento de quimioterapia. Tamén, a cada paciente asignaselle un “due time”, que representa a partires de que hora o seu tratamento debe rematar (como moi tarde). A función obxectivo de dito modelo buscaba minimizar, por un lado, a suma dos tempos comprendidos entre os “ready times” de cada paciente e o momento no que cada un deles comeza a recibir o seu tratamento. É dicir, minimizar a suma total de tempos de agarda dos pacientes. Por outro lado, busca minimizar a hora de finalización de actividade do centro, isto é, a hora na que o último paciente remata

a súa sesión de quimioterapia. No que se refire ao conxunto de restriccións, verifican que se respeten as condicións de que cada paciente leve a cabo un único tratamento, que os tratamentos dos pacientes non son programados antes dos seus “ready times” e rematan antes dos “due time”, que o número de sillóns do hospital non sexa sobrepasado en ningún momento polo número de tratamentos en curso e que non se excede a capacidade de traballo dos enfermeiros en ningún momento da xornada.

Procedemos agora a describir as diferenzas existentes entre as hipóteses do modelo de Hesaraki e as circunstancias do Hospital de día Onco-Hematolóxico. En primeiro lugar, as restriccións sobre a carga de traballo que os enfermeiros poden tolerar na nosa situación é menos restrictiva que no xa mencionado modelo, onde ditos profesionais non podían, dentro dunha mesma franxa horaria, comezar un tratamento e paralelamente vixiar unha certa cantidade doutros tratamentos en curso. No noso caso, en cada franxa horaria os enfermeiros son capaces de vixiar a 16 pacientes de forma simultánea e, paralelamente, comezar un novo tratamento, sempre e cando non se tivese iniciado un tratamento por dito profesional no intervalo inmediatamente anterior nin estivese planificado un no seguinte (é dicir, cada enfermeiro pode comezar un tratamento novo cada 15 minutos). Por outra parte, no HDO non se consideran distintos grados de urxencia entre pacientes para a súa atención, e polo tanto non incluíríamos no obxectivo os pesos que no modelo de Hesaraki cumpren esta función.

A maiores destas diferenzas, tamén modificaremos lixeiramente a función obxectivo, na que incluíremos un par de escalares que multipliquen ambos obxectivos de dita función. Estas constantes serán da forma $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$ tal que $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$, e serán escollidas de antemán polo programador. Optamos por incluír estes escalares na nosa función biobxectivo para ter unha forma intuitiva e sencilla de determinar se queremos que a solución óptima buscada procure en maior medida reducir as esperas dos pacientes ou que a xornada laboral remate cunha marxe significativa sobre a hora oficial de peche (22:00 h). O interese do centro é priorizar ante todo o benestar dos pacientes, e polo tanto típicamente o escalar asociado aos tempos de espera dos pacientes debería tomar un valor próximo a 1. Sen embargo, dado que estamos traballando nun entorno sanitario no que os imprevistos son relativamente frecuentes, fixar unha programación cunha hora de finalización anterior á hora de peche habitual pode ser útil para evitar que os profesionais excedan o tempo de traballo das súas xornadas laborais. En calquera caso, cremos que é pertinente deixar a escolla desas dúas constantes en máns dos profesionais do HDO para que, dependendo das circunstancias de traballo e volume de pacientes que afronten en cada xornada concreta, poidan determinar se queren unha solución máis ou menos orientada a cada un dos obxectivos de minimización.

Nótese que, coa introducción destes dous escalares, resulta innecesario manter a constante c que multiplicaba á variable C_{max} na función obxectivo do modelo orixinal de Hesaraki et al. (2019).

Tendo todo isto en conta, a adaptación do modelo de Hesaraki et al. (2019) ás particularidades do noso problema queda como sigue.

$$\text{minimizar: } \lambda_1 \cdot C_{max} + \lambda_2 \cdot \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T [(t - 1 - r_p) \cdot x_{p,t}]$$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^T x_{p,t} = 1, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{r_p} x_{p,t} = 0, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ tal que } r_p > 0 \quad (2)$$

$$C_{max} \leq T \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T (t + l_p - 1) \cdot x_{p,t} \leq C_{max}, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T (t + l_p - 1) \cdot x_{p,t} \leq d_p, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (5)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=\max\{1, t-l_p+1\}}^t x_{p,a} \leq K, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 5, \quad \forall t \in \{1, \dots, 24\} \quad (7.1)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 6, \quad \forall t \in \{25, \dots, 84\} \quad (7.2)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 3, \quad \forall t \in \{85, \dots, 108\} \quad (7.3)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 2, \quad \forall t \in \{109, \dots, 165\} \quad (7.4)$$

$$\sum_{p=1}^P \left[\sum_{a=\max\{1, t-l_p+1\}}^t x_{p,a} \right] \leq M \cdot Ndisp_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (8)$$

Nótese que as restriccións (7.1), (7.2), (7.3) e (7.4) conforman un bloque que encárgase de garantir que ao longo de toda a xornada laboral en ningún momento un enfermeiro pode iniciar máis dun tratamento nun lapso de 15 minutos, téndose en conta cómo varía ao longo da xornada o número de enfermeiros dispoñibles.

Para poder usar o modelo debemos substituír as constantes xenéricas do problema anteriormente plantexado polos valores que determina a realidade do HDO. Como xa adiantamos no capítulo 3, as sesións de quimioterapia lévanse a cabo nos 40 sillóns que existen para tal fin entre as 08:00 h e as 22:00 h, de forma que 5 enfermeiros conducen as sesións de quimioterapia entre as 08:00 h e as 10:00 h, 6 entre as 10:00 h e as 15:00 h, 3 entre as 15:00 h e as 17:00 h e 2 entre as 17:00 h e as 22:00 h. Para poder modelar matematicamente a situación precisamos discretizar esas 14 horas de traballo nunha certa cantidade de intervalos finitos de tempo. Facer isto representa unha perda de precisión á hora de traballar co parámetro tempo, e canto máis grandes sexan eses intervalos peor será a solución obtida. Non obstante, se ditos intervalos son excesivamente pequenos, non serán prácticos de cara a crear un esquema organizativo con eles, pois presuporían unha puntualidade das distintas etapas do proceso que en xeral non se cumpriría. Decidimos que unha amplitude de 5 minutos é un bo compromiso entre precisión e manexabilidade dos intervalos. Polo tanto dividimos as 14 horas da xornada laboral en 168

intervalos de 5 minutos.

Toda o anterior determina que $K = 40$, $T = 168$, $N_{disp_t} = 5 \forall t \in \{1, \dots, 24\}$, $N_{disp_t} = 6 \forall t \in \{25, \dots, 84\}$, $N_{disp_t} = 3 \forall t \in \{85, \dots, 108\}$, $N_{disp_t} = 2 \forall t \in \{109, \dots, 168\}$. Ademáis, como xa mencionamos anteriormente, a capacidade de traballo dos enfermeiros é $M = 16$. Polo tanto, se tomamos, por exemplo, $\lambda_1 = 0,1$ e $\lambda_2 = 0,9$, o noso modelo resultaría:

$$\text{minimizar: } 0,1 \cdot C_{max} + 0,9 \cdot \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T [(t-1-r_p) \cdot x_{p,t}]$$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^T x_{p,t} = 1, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{r_p} x_{p,t} = 0, \text{ tal que } r_p > 0 \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (2)$$

$$C_{max} \leq 168 \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T (t+l_p-1) \cdot x_{p,t} \leq C_{max}, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T (t+l_p-1) \cdot x_{p,t} \leq d_p, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (5)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=\max\{1, t-l_p+1\}}^t x_{p,a} \leq 40, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 5, \quad \forall t \in \{1, \dots, 24\} \quad (7.1)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 6, \quad \forall t \in \{25, \dots, 84\} \quad (7.2)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 3, \quad \forall t \in \{85, \dots, 108\} \quad (7.3)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{t+2} x_{p,a} \leq 2, \quad \forall t \in \{109, \dots, 165\} \quad (7.4)$$

$$\sum_{p=1}^P \left[\sum_{a=\max\{1, t-l_p+1\}}^t x_{p,a} \right] \leq 16 \cdot N_{disp_t}, \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (8)$$

Agora que xa temos plantexado o modelo, imos comparar os seus resultados cos tempos de espera que estanse a dar actualmente no HDO. Para elo, executaremos o modelo cos “ready times” prudentes descritos con anterioridade e con outros máis optimistas. En concreto, a parte dos xa mencionados 210 minutos de marxe entre o comezo da revisión teórica e o momento no que o paciente está listo para recibir a quimioterapia, imos executar o programa cunhas marxes de 180, 150 e 120 minutos. A cota de 180 minutos é resultado de considerar 45 minutos de marxe para o retraso da revisión oncolóxica, 45 para a duración desta e 60 para a preparación dos fármacos. A de 150 considera 30, 30 e 90 minutos respectivamente. Finalmente, a de 120 considera considera 15, 15 e 90 minutos respectivamente.

Poderemos así facernos unha idea do que poderíamos acadar se os retrasos dos inicios das revisións fosen mitigados ou se as duracións dos procesos das propias revisións e da formación das substancias da terapia do paciente fosen reducidas.

Na táboa 6.5 recollemos a suma dos tempos de espera de todos os pacientes de cada día da semana do 11 de xaneiro de 2021. Na primeira columna figuran os tempos de espera do procedemento actual, mentres que nas seguintes recollemos os tempos de agarda resultantes de aplicar o modelo cuns “ready times” concretos. Na columna Modelo 1 figuran os tempos de espera obtidos co modelo usando uns “ready times” que son produto de establecer unha marxe de 210 minutos entre o comezo teórico da revisión e o momento no que o paciente está listo para recibir a terapia. A columna Modelo 2 representa os datos análogos tomando unha marxe de 180 minutos. Na columna Modelo 3 tómase unha marxe de 150 minutos e, finalmente, na columna Modelo 4 tómanse 120 minutos de marxe.

	<i>Actualmente</i>	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Pacientes
Luns	7.339	9.255	7.900	6.250	4.600	56
Martes	10.382	13.375	11.675	9.275	7.115	72
Mércores	7.351	9.790	8.190	6.360	4.480	61
Xoves	5.906	7.790	6.360	4.860	3.360	50
Venres	5.810	8.075	6.615	5.085	3.555	51
Total	36.788	48.285	40.740	31.830	23.110	290

Táboa 6.5: Minutos de espera nos distintos escenarios

Como podemos observar, se tomamos unha marxe de 210 minutos para calcular os “ready times”, estaríamos pagando o prezo de empeorar os tempos de espera nunha media de 48 minutos por paciente a cambio de ter unha planificación ben definida tanto para revisións oncolóxicas como para tratamentos de quimioterapia. Parece discutible se paga ou non a pena aplicar o modelo nesas circunstancias. Non obstante, considerando pequenas melloras nos “ready times” a situación mellora considerablemente. Así, simplemente con reducir a marxe dos tempos cos que xeramos os “ready times” en 30 minutos (é dicir, tomando marxes de 180 minutos), estaríamos ante unha situación na que conseguimos ter unha planificación completa da xornada aumentando a espera media por paciente en menos de 20 minutos. Se consideramos melloras incluso maiores, tomando marxes de 150 e 120 minutos, xa estaríamos conseguindo reducir os tempos de espera nunhas medias por paciente de 17 e 45 minutos respectivamente.

A continuación amosamos unha gráfica na que representamos como evoluciona ao longo da xornada do luns o número de tratamentos en curso segundo o procedemento actual e como sería aplicando o modelo cuns ready times productivo de tomar marxes de 120 minutos:

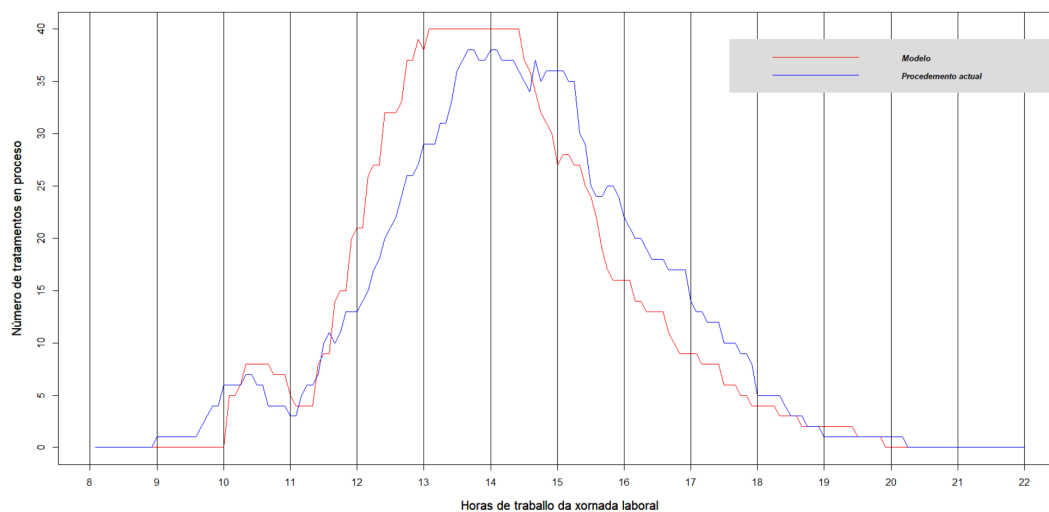


Figura 6.5: Distribución da carga de traballo dos profesionais do HDO usando o modelo

Como podemos observar na figura 5.5, ao usar o modelado a distribución da carga de traballo dos tratamentos tende a desprazarse a horas anteriores respecto ao procedemento actual. Isto é unha consecuencia positiva tanto para os pacientes como para os profesionais do HDO: en xeral os pacientes rematarían os seus tratamentos a horas máis tempranas e poderían regresar antes aos seus domicilios, o cal podemos traducir nunha maior calidade do servizo para eles, mentres que para os profesionais do servizo existe unha maior marxe de resposta ante posibles retrasos de cara a non ter que levar a cabo tratamentos máis alá da hora de peche oficial do HDO.

Capítulo 7

Modelado estocástico do problema

O modelado que presentamos no capítulo anterior considera unha situación determinística, na cal establecemos un “ready times” a cada un dos pacientes do seguinte xeito. En primeiro lugar observamos, para todos os pacientes, as sumas dos tempos de desfase da revisión oncolóxica, duración de dita revisión e duración da preparación do tratamento. Logo seleccionamos unha cantidade de tempo o suficientemente grande como para ser unha cota superior para a suma de ditos tempos nunha porcentaxe razoable do conxunto dos pacientes. Finalmente, asignámoslle a cada paciente un “ready times” que será resultado de tomar a hora teórica do inicio da revisión de dito paciente e sumarlle a cota anteriormente calculada. Unha vez calculados ditos “ready times”, úsase toda a información da que dispoñemos acerca de cada paciente para asignarlle a cada un deles un horario para a súa sesión de quimioterapia.

Resulta que a nosa mostra de pacientes presenta unha gran variabilidade nas variables que temos en conta neste traballo, e iso motiva a pensar nun modelado alternativo como o que imos introducir neste capítulo: un modelado estocástico. Os conceptos básicos sobre este tipo de modelado poden ser consultados en Birge and Louveaux (2011). Nesta ocasión imos considerar varios escenarios posibles. Cada un deles representa unha situación da xornada laboral na que o fluxo de pacientes avanza, en xeral, cunha certa velocidade. En cada un destes escenarios, os “ready times” dos pacientes serían calculados engadindo ás súas horas de comezo teórico da revisión unha certa cantidade de tempo acorde á xa mencionada velocidade do fluxo de pacientes. A idea sería calcular as solucións dos problemas asociados a cada unha destas situacións, obtendo así varios horarios para o inicio da quimioterapia de cada paciente. Deixaríase nas mans dos profesionais do HDO a escolla da estimación do comezo do tratamento de quimioterapia que se lle asignaría a cada paciente, dependendo da evolución da xornada laboral. Nesta situación agardaríase ao remate da revisión oncolóxica para comunicarlle ao paciente a estimación do horario da súa sesión de quimioterapia. Por outra parte, neste novo modelado tamén imos introducir a posibilidade de modificar os horarios das revisións oncolóxicas. Unha vez téñense todos os posibles momentos para o comezo da quimioterapia, o procedemento a seguir sería establecer os horarios de comezo das revisións oncolóxicas de xeito que se minimize a suma total dos tempos existentes entre a revisión oncolóxica e a suma ponderada dos posibles momentos horarios para o comezo da quimioterapia. A ponderación de cada un deses horarios é consecuencia de cuan verosímil é o

escenario do cal proceden segundo os datos recollidos no hospital para este traballo.

Para concretar eses escenarios o que faremos será dividir a mostra total de pacientes en subgrupos que presenten unha variabilidade interna todo o reducida posible respecto ás variables involucradas na etapa de agarda dos pacientes (ou polo menos, menor que a variabilidade da mostra total). A continuación, calcularíamos unha cota superior para a suma desas variables en cada grupo (de xeito análogo á forma de proceder do modelo determinista). Tras isto teríamos n cotas que poderíamos aplicar ao total dos nosos pacientes para calcular os seus “ready times”, podendo así calcular n “ready times” para cada paciente. Cada un deles sería, en principio, axeitado para o escenario que representa un dos subgrupos de pacientes calculados. A priori, para un novo grupo de pacientes non sabemos en cal deses n grupos debemos clasificar a cada individuo (podémolo saber tras rematar a xornada laboral, observando os tempos de cada unha das etapas de agarda de cada paciente), polo tanto o que podemos facer é contabilizar cantos dos individuos da mostra que usamos no noso traballo conformaron cada un dos grupos. Deste xeito podemos inferir, en base á nosa mostra, que porcentaxe de pacientes dunha xornada laboral calquera vai pertencer a cada un dos grupos calculados.

Tras isto, podemos supoñer n escenarios, cada un deles correspondentes a un dos grupos anteriormente creados, e asumir en cada un deses escenarios que todos os pacientes pertencen ao grupo correspondente. A información que temos de cada un dos pacientes (por exemplo, a duración que vai ter o seu tratamento) permanece invariante, simplemente supoñemos que os tempos do desfase da revisión oncolóxica, a duración de dita revisión e a creación do seu tratamento van ser acordes ao grupo asociado ao escenario que estemos considerando. Polo tanto, cada un destes escenarios xera un problema de programación análogo ao resolto no capítulo anterior, cada un cuns “ready times” distintos. Poderíamos resolver todos eses problemas e obter n conxuntos de horas de comezo de tratamento para os pacientes. Segundo fose avanzando a xornada laboral, os profesionais sanitarios poderían considerar en directo que tempos de comezo de tratamento serían máis realistas para os pacientes.

Antes de formalizar este novo modelado, a primeira pregunta que temos que responder é a seguinte: ¿cómo dividimos aos pacientes de xeito que a variabilidade interna dos subgrupos xerados sexa menor que a variabilidade do conxunto total? Para iso faremos uso dun dos múltiples algoritmos de agrupamento (ou “clustering”) que existen, concretamente usaremos o método das “ k medias”. A idea deste método é a seguinte: a partir de cada individuo considérase un vector composto por todas as variables observadas nel. Logo créase un número de subgrupos e distribúense os individuos neles de forma que se minimize a suma de todas as distancias euclideas entre os vectores dos individuos e o vector de medias do grupo ao que pertence.

Tras aplicar dito algoritmo sobre o conxunto dos nosos pacientes obtemos 4 subgrupos. Respecto da variable do desfase horario entre o comezo real e teórico da revisión oncolóxica as medias son, en cada grupo: 49, 14, 15 e 41 minutos. Respecto da variable da duración das revisións as medias son, en cada grupo: 13, 21, 11 e 9 minutos. Respecto da variable da duración das preparacións dos tratamentos as medias son, en cada grupo: 63, 42, 90 e 147 minutos. Polo tanto a suma destes tempos no primeiro

grupo resulta ser 125 minutos, no segundo 77, no terceiro 116 e no cuarto 197. Por outra parte, o número de pacientes que conforman cada grupo son 59, 56, 75 e 16, respectivamente. É dicir, no grupo 1 están o 28.7% dos pacientes, no grupo 2 o 27.2%, no grupo 3 o 36.4% e no grupo 4 o 7.8%.

Por conseguinte, poderíamos plantexarnos a seguinte posible función obxectivo para o noso modelo estocástico:

$$\begin{aligned} \text{minimizar: } & 0,287 \cdot \sum_{p=1}^P \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot y[p, t]) - \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot c[p, t]) \right) - 2,6 \right) + \\ & 0,272 \cdot \sum_{p=1}^P \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot f[p, t]) - \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot c[p, t]) \right) - 4,2 \right) + \\ & 0,364 \cdot \sum_{p=1}^P \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot x[p, t]) - \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot c[p, t]) \right) - 2,2 \right) + \\ & 0,078 \cdot \sum_{p=1}^P \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot z[p, t]) - \left(\sum_{t=1}^T (t \cdot c[p, t]) \right) - 1,8 \right) \end{aligned}$$

Na expresión anterior as funcións $y[p, t]$, $f[p, t]$, $x[p, t]$ e $z[p, t]$ son as variables asociadas á asignación dos horarios para a quimioterapia dos pacientes considerando que o conxunto total dos mesmos é un grupo homoxéneo e ben representado polos grupos 1, 2, 3 e 4 obtidos mediante o algoritmo das “ k medias”. Por outro lado $c[p, t]$ é a variable de primeira etapa asociada aos horarios das revisións oncolóxicas dos pacientes. Os coeficientes que acompañan a cada sumando resultan do peso que cada grupo ten sobre o conxunto total dos pacientes. Por outro lado, a cantidade que se lle resta en todos os sumandos á expresión:

$$\sum_{t=1}^T (t \cdot c[p, t]),$$

representa a duración promedio das revisións oncolóxicas no escenario que estamos considerando. Todas estas variables teñen asociadas unha serie de restriccións (a maioría análogas ás que xa vimos no capítulo anterior) que debemos cumprir. Explicámolas a continuación:

Todas as restriccións que vimos no capítulo anterior aplican a esta nova situación por catro veces, unha por cada problema de programación asociado a cada un dos catro escenarios que estamos a considerar. Ademais, como neste capítulo tamén estamos a reestructurar as citas co oncólogo de cada paciente, xorden novas restriccions que debemos cumprir para preservar unha distribución das citas oncolóxicas que sexa factible para os profesionais do HDO. Máis concretamente, a forma de distribuír as revisións oncolóxicas dos pacientes está condicionada polo tipo de cancro que padecen. En cada individuo, esta enfermidade pode presentarse como de tipo I, tipo II ou tipo III. Estes tres grupos representan os cancros de índole dixestiva, os cancros de mama o resto de cancros, respectivamente. Existen 3 especialistas dispoñibles para cada un destes tipos de cancro, o cal limita a tres o número máximo de revisións oncolóxicas simultaneas para cada especialidade. Ademais, estimamos que cada revisión dura aproximadamente 15 minutos, e polo tanto o número de pacientes atendidos por cada

especialidade non pode ser maior que tres en calquera intervalo horario de 15 minutos ao longo da xornada laboral.

En total, este modelado estocástico presenta máis de 40 restriccións. No anexo deste traballo detallamos un código para programar e resolver este problema en *AMPL* e usando *GUROBI*.

Agora, e de xeito análogo ao realizado co modelo determinista, presentamos a táboa 7.1, a cal contén a suma dos tempos de espera de todos os pacientes de cada día da semana do 11 de xaneiro de 2021. Na primeira columna figuran os tempos de espera do procedemento actual, mentres que na seguinte recolleemos os tempos de agarda resultantes de aplicar o modelo estocástico.

	<i>Actualmente</i>	Modelo estocástico	Pacientes
Luns	7.339	5.870	56
Martes	10.382	7.544	72
Mércores	7.351	6.392	61
Xoves	5.906	5.239	50
Venres	5.810	5.344	51
Total	36.788	30.389	290

Táboa 7.1: Minutos de espera nos distintos escenarios

Como podemos observar, a mellora acadada nos tempos de espera usando o modelo estocástico situase entre o conseguido polo modelo determinista nos seus dous casos máis optimistas. Concretamente, os tempos de espera neste caso vense reducidos nun 17.4 %, o cal tradúcese en mitigar a espera de cada paciente nun promedio de 22 minutos.

Finalmente, como última aportación deste capítulo plantexamos un novo problema de programación matemática que servirá para obter unha distribución do traballo entre o conxunto de enfermeiros da sala de quimioterapia. É dicir, distribuirá a responsabilidade do comezo de todos os tratamentos que se dan ao longo da xornada entre os 6 enfermeiros que nalgún momento están operativos na sala. Os parámetros e variables do problema son os seguintes:

Parámetros:

T : parámetro enteiro que determina o número de intervalos horarios dos que se dispón na xornada de traballo.

P : parámetro enteiro que determina o número de pacientes que teñen asignado un tratamento de quimioterapia durante a xornada de traballo.

N : número de enfermeiros traballando nalgún momento da xornada na sala de quimioterapia.

$y_{p,t}$ con $p \in \{1, \dots, P\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: parámetro binario que toma o valor 1 se o paciente p ten programado o comezo do seu tratamento no período horario t .

Variables:

$e_{i,p,t}$ con $i \in \{1, \dots, N\}$, $p \in \{1, \dots, P\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: variable binaria que toma o valor 1 se o paciente p comeza o seu tratamento no período horario t asistido polo enfermeiro i .

Prestemos atención ao feito de que neste problema $y_{p,t}$ é un parámetro, e como tal ten uns valores predeterminados. Este parámetro é obtido do modelado estocástico como unha solución. Naquel problema xogaba o papel de variable. Agora, tras ter xa definidos os horarios de quimioterapia dos pacientes para todos os escenarios contemplados, é un vector de valores fixos asociados a unha desas posibles situacións. Polo tanto este problema debería ser resolto en catro ocasións, unha co parámetro $y_{p,t}$, e outras tres substituíndo dito vector polos horarios asociados aos outros tres escenarios contemplados no modelo estocástico.

O problema sería o seguinte:

$$\text{minimizar: } \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [i \cdot e_{i,p,t}]$$

suxeito a:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N e_{i,p,t} = 1, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N e_{i,p,t} \geq y_{p,t}, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ e } \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{a=t}^{\min\{T, t+2\}} e_{i,p,a} \leq 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \text{ e } \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (3)$$

$$e_{i,p,t} = 0, \quad \forall i \in \{4, \dots, 6\}, \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ e } \forall t \in \{85, \dots, 108\} \quad (4.1)$$

$$e_{i,p,t} = 0, \quad \forall i \in \{3, \dots, 6\}, \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ e } \forall t \in \{109, \dots, T\} \quad (4.2)$$

$$e_{6,p,t} = 0, \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \text{ e } \forall t \in \{1, \dots, 24\} \quad (4.3)$$

Nótese que o realmente importante aquí son as restriccións do problema, as cales asegúranos que a solución será unha distribución da carga de traballo factible para o conxunto dos enfermeiros. A función obxectivo que seleccionamos busca concentrar o traballo nun subconxunto dos enfermeiros para

poder deixar “ociosos” ao resto. Isto pode ser útil para dilucidar cantos efectivos son imprescindibles no contexto dado, pero como dicimos o vital deste problema son as restriccións, e a función obxectivo podería modificarse.

En canto ás funcións concretas que cumpren cada unha das mencionadas restriccións temos que a número (1) asegura que a cada paciente asígnaselle exactamente un enfermeiro. A número (2) esixe que, se algún paciente ten asignado un tratamento para unha certa hora, algún dos enfermeiros se engarde de inicializalo en dita hora. A número (3) impide que ningún enfermeiro poida ter máis dun inicio de tratamento asignado nun lapso de 15 minutos. Finalmente, o bloque de restriccións (4.1), (4.2) e (4.3) marca a dispoñibilidade que o hospital ten do conxunto de enfermeiros en cada hora. Isto é, 5 enfermeiros entre as 8:00 h e as 10:00 h, 6 entre as 10:00 h e as 15:00 h, 3 entre as 15:00 h e as 17:00 h e, por último, 2 enfermeiros entre as 17:00 h e as 22:00 h.

Capítulo 8

Conclusiones

Neste derradeiro capítulo facemos unha pequena síntese de todo o traballo realizado ata agora.

En primeiro lugar, describimos a situación á que nos enfrontamos no HDO. En resumo, neste centro aténdese aos pacientes de cancro ambulatoriamente proporcionando dous tipos de servizos médicos, sendo estes as revisións oncolóxicas e os tratamentos de quimioterapia. Ditos servizos están fortemente relacionados, sendo as revisións un antecedente necesario para poder levar a cabo os tratamentos máis adiante durante a xornada en cuestión. A forma de proceder actual do hospital consiste en darlle aos pacientes unha estimación do horario das súas revisións, deixando o horario do tratamento como un horario indeterminado que daráselle a coñecer ao paciente só nos momentos previos a que éste tome lugar. Isto xera a problemática de que o paciente debe permanecer na sala de espera do hospital entre ambos servizos médicos.

Plantexámonos usar a optimización matemática para obter un algoritmo que, proporcionando uns horarios para os pacientes completamente definidos, (é dicir, que incluan unha estimación tanto da revisión oncolóxica como do tratamento de quimioterapia), minimize os tempos de agarda entre ambos servizos médicos.

Con tal fin tivemos entrevistas con todos os profesionais implicados no circuíto que experimentan os pacientes do HDO e consultamos a bibliografía existente acerca do tópicoo da optimización matemática aplicada á quimioterapia ambulatoria. O noso obxectivo era ter unha comprensión global de como adoitan ser atacados matematicamente este tipo de problemas e, a partir dese coñecemento, poder ofrecer unha solución que sexa válida para as circunstancias concretas do HDO.

Discutimos en profundidade dous traballos que compartían similitudes co noso problema: o de Liang et al. (2015) e o de Hesaraki et al. (2019). No primeiro delesponse o foco no deseño de horarios para os pacientes que permitan homoxeneizar a carga de traballo existente durante toda a xornada laboral, evitando así a aparición de picos do número de tratamentos en curso. Pola contra, no segundo deles búscase establecer os horarios minimizando o tempo total de agarda dos pacientes da xornada laboral. Entendemos neste caso a agarda dun paciente como o tempo comprendido entre a finalización da súa revisión oncolóxica e o comezo do seu tratamento.

Ambos modelos poderían ser adaptados ás nosas circunstancias, pero finalmente decantámonos por seguir (maioritariamente) o modelo de Hesaraki. Tras analizar as semellanzas e diferenzas entre dito modelado e as restriccións do noso problema, describimos un primeiro algoritmo que, respetando os horarios para as revisións oncolóxicas preestablecidos de antemán polo HDO, outorga a cada paciente un horario fixo para o seu tratamento de quimioterapia de forma que se minimiza a espera dos pacientes entre ambos servizos médicos. Se ben este modelado ofrece resultados estimados positivos en canto á redución dos tempos de agarda dos pacientes, cremos que a natureza relativamente aleatoria dos datos recollidos son un lastre para a eficiencia deste modelo determinista. Polo tanto introducimos un segundo algoritmo, desta vez produto dun plantexamento estocástico. Asumimos a incerteza das distintas etapas do circuito dos pacientes e consideramos varios posibles escenarios para a fluidez do conxunto de pacientes a través das distintas etapas do proceso. Plantexamos así un novo modelo que ofrece varios posibles horarios para a quimioterapia de cada paciente, sendo función dos profesionais do HDO decidir, segundo como vaia avanzando a xornada laboral, que estimación se lle comunica a cada paciente para o comezo do tratamento. Ademáis, neste modelo introducimos tamén a novidade respecto ao seu predecesor de poder alterar os horarios das revisións oncolóxicas para facer que a minimización das agardas dos pacientes entre compromisos médicos sexa máis efectiva. Por suposto, dita modificación de horarios das revisións respeta unhas restriccións mínimas que aseguran que os novos horarios son asumibles polos oncólogos encargados da primeira etapa do proceso. A maiores de conseguir uns horarios definidos para os pacientes respecto aos dous compromisos médicos que teñen, este modelo ten unha mellora estimada dos tempos de agarda do 17%.

No tocante aos aspectos computacionais do traballo debemos mencionar que todos os problemas plantexados foron resoltos coa linguaxe de programación matemática *AMPL* a través do solver *GUROBI*. Os tempos de resolución dos problemas foron en todo caso despreziables co modelado determinista. No caso estocástico, os tempos de computación si que foron significativamente maiores que 0, pero de todas formas nunca superaban os 30 segundos de duración (aspecto importante de cara a aplicar o modelo no ámbito sanitario). O PC utilizado para este traballo foi un Lenovo Intel(R) Core(TM) i7-1065G7, 8 GB de RAM, sistema operativo Windows 10 de 64 bits.

Capítulo 9

Bibliografía

J. R. Birge and F. Louveaux (2011). Introduction to Stochastic Programming. Segunda edición, ed. Springer

A. F. Hesaraki, N. P. Dellaert, and T. de Kok (2019). Generating outpatient chemotherapy appointment templates with balanced flowtime and makespan. European Journal of Operational Research 275: 304-318.

M. Heshmat and A. Eltawil (2019). Solving operational problems in outpatient chemotherapy clinics using mathematical programming and simulation. Annals of Operations Research 298: 289-306.

B. Liang, A. Turkcan, M. E. Ceyhan and K. Stuart (2015). Improvement of chemotherapy patient flow and scheduling in an outpatient oncology clinic. International Journal of Production Research Vol 53, No 24: 7177-7190.

A. Turkcan, B. Zeng and M. Lawley (2012). Chemotherapy operations planning and scheduling. IIE Transactions on Healthcare Systems Engineering 2 (1): 31-49.

Capítulo 10

Anexo

No capítulo 6 introducimos un modelo estocástico do cal declaramos de xeito explícito a función obxectivo e explicamos intuitivamente cales son as máis de 40 restriccións que o conforman. A continuación deixamos un código para o software de programación matemática *AMPL*, co cal plantéxase (e resólvese) integramente dito modelo:

```
param P ≥ 0; #Número de pacientes asignados á xornada a organizar
param l{p in 1..P}; #Duracións dos tratamentos de quimioterapia dos pacientes
param T ≥ 0; #Número de períodos de tempo nos que descompoñemos a xornada laboral
param Ndisp{t in 1..T}; #Número de enfermeiros dispoñibles en cada franxa horaria

param q ≥ 1 integer; #Minutos que se demoran, no escenario 1, o retraso do inicio da revisión
    #oncolóxica, dita revisión oncolóxica e a preparación das substancias do
    #tratamento
param u ≥ 1 integer; #Minutos que se demoran, no escenario 2, o retraso do inicio da revisión
    #oncolóxica, dita revisión oncolóxica e a preparación das substancias do
    #tratamento
param v ≥ 1 integer; #Minutos que se demoran, no escenario 3, o retraso do inicio da revisión
    #oncolóxica, dita revisión oncolóxica e a preparación das substancias do
    #tratamento
param s ≥ 1 integer; #Minutos que se demoran, no escenario 4, o retraso do inicio da revisión
    #oncolóxica, dita revisión oncolóxica e a preparación das substancias do
    #tratamento

param K ≥ 0; #Número de sillas para quimioterapia dispoñibles
param N ≥ 0; #Número de enfermeiros traballando nunha xornada laboral
param M; #Número máximo de tratamentos que un enfermeiro pode supervisar simultaneamente

set E1; # pacientes de cancro de tipo I
set E2; # pacientes de cancro de tipo II
```

set E3; # pacientes de cancro de tipo III

var c{p in 1..P, t in 1..T} ≥ 0 binary; #Asignación das revisións oncolóxicas

var y{p in 1..P, t in 1..T} ≥ 0 binary; #Asignación dos tratamentos de quimioterapia no escenario 1

var f{p in 1..P, t in 1..T} ≥ 0 binary; #Asignación dos tratamentos de quimioterapia no escenario 2

var x{p in 1..P, t in 1..T} ≥ 0 binary; #Asignación dos tratamentos de quimioterapia no escenario 3

var z{p in 1..P, t in 1..T} ≥ 0 binary; #Asignación dos tratamentos de quimioterapia no escenario 4

minimize minimizar: 0.4064*sum{p in 1..P}((sum{t in 1..T}(t*y[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-2.5)
 +0.1507*sum{p in 1..P}((sum{t in 1..T}(t*f[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-2.15) +0.2648*sum{p in
 1..P}((sum{t in 1..T}(t*x[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-2.38) +0.1781*sum{p in 1..P}((sum{t in
 1..T}(t*z[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-4.95);

subject to restriccion0 {p in 1..P}: #Non se programan revisións oncolóxicas antes das 9:20

sum{t in 1..15} c[p,t]=0;

subject to restriccion0b {p in 1..P}: #Non se programan revisións oncolóxicas despois das 13:00

sum{t in 61..T} c[p,t]=0;

subject to restriccion0c {p in 1..P}: # Todo paciente ten a súa revisión oncolóxica

sum{t in 16..60} c[p,t]=1;

subject to restriccion1 {p in 1..P}: #No escenario 1, todo paciente comeza o seu tratamento

sum{t in 1..T} y[p,t]=1;

subject to restriccion1b {p in 1..P}:#No escenario 2, todo paciente comeza o seu tratamento

sum{t in 1..T} f[p,t]=1;

subject to restriccion1c {p in 1..P}: #No escenario 3, todo paciente comeza o seu tratamento

sum{t in 1..T} x[p,t]=1;

subject to restriccion1d {p in 1..P}:#No escenario 4, todo paciente comeza o seu tratamento

sum{t in 1..T} z[p,t]=1;

subject to restriccion2 {p in 1..P}: #No escenario 1, toda sesión de quimioterapia comeza despois

#de rematar a revisión oncolóxica e de ser preparado o tratamento

(sum{t in 1..T}(t*y[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-q-1 ≥ 0;

subject to restriccion2b {p in 1..P}: #No escenario 2, toda sesión de quimioterapia comeza despois

#de rematar a revisión oncolóxica e de ser preparado o tratamento

(sum{t in 1..T}(t*f[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-u-1 ≥ 0;

subject to restriccion2c {p in 1..P}: #No escenario 3, toda sesión de quimioterapia comeza despois

#de rematar a revisión oncolóxica e de ser preparado o tratamento

(sum{t in 1..T}(t*x[p,t]))-(sum{t in 1..T}(t*c[p,t]))-v-1 ≥ 0;

subject to restriccion2d {p in 1..P}: #No escenario 4, toda sesión de quimioterapia comeza despois

#de rematar a revisión oncolóxica e de ser preparado o tratamento
 $(\sum\{t \text{ in } 1..T\}(t*z[p,t]))-(\sum\{t \text{ in } 1..T\}(t*c[p,t]))-s-1 \geq 0;$

subject to restriccion3 {t in 1..T}: #No escenario 1 non hai máis tratamentos en marcha que sillas
 $\sum\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\} y[p,a] \leq K;$
 subject to restriccion3b {t in 1..T}: #No escenario 2 non hai máis tratamentos en marcha que sillas
 $\sum\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\} f[p,a] \leq K;$
 subject to restriccion3c {t in 1..T}: #No escenario 3 non hai máis tratamentos en marcha que sillas
 $\sum\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\} x[p,a] \leq K;$
 subject to restriccion3d {t in 1..T}: #No escenario 4 non hai máis tratamentos en marcha que sillas
 $\sum\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\} z[p,a] \leq K;$

subject to restriccion4 {t in 1..T}: #No escenario 1, cada enfermeiro só pode comezar un
 #tratamento por intervalo

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1-1/M)*y[p,t]) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion4b {t in 1..T}: #No escenario 2, cada enfermeiro só pode comezar un
 #tratamento por intervalo

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1-1/M)*f[p,t]) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion4c {t in 1..T}: #No escenario 3, cada enfermeiro só pode comezar un
 #tratamento por intervalo

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1-1/M)*x[p,t]) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion4d {t in 1..T}: #No escenario 4, cada enfermeiro só pode comezar un
 #tratamento por intervalo

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1-1/M)*z[p,t]) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion5 {t in 1..T}: #No escenario 1, en cada intervalo, non poden haber máis
 #tratamentos en curso dos que os enfermeiros poden supervisar

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1/M)*(\sum\{a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\}y[p,a])) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion5b {t in 1..T}: #No escenario 2, en cada intervalo, non poden haber máis
 #tratamentos en curso dos que os enfermeiros poden supervisar

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1/M)*(\sum\{a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\}f[p,a])) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion5c {t in 1..T}: #No escenario 3, en cada intervalo, non poden haber máis
 #tratamentos en curso dos que os enfermeiros poden supervisar

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1/M)*(\sum\{a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\}x[p,a])) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion5d {t in 1..T}: #No escenario 4, en cada intervalo, non poden haber máis
 #tratamentos en curso dos que os enfermeiros poden supervisar

$\sum\{p \text{ in } 1..P\}((1/M)*(\sum\{a \text{ in } \max(1,t-l[p]+1)..t\}z[p,a])) \leq Ndisp[t];$

subject to restriccion6 {t in 16..60}: #Os tres especialistas de cancro de tipo I só poden atender un
 #paciente cada 15 minutos

$\sum\{p \text{ in } E1, a \text{ in } t..t+2\} c[p,t] \leq 3;$

subject to restriccion6b {t in 16..60}: #Os tres especialistas de cancro de tipo II só poden atender un
 #paciente cada 15 minutos

$\text{sum}\{p \text{ in } E2, a \text{ in } t..t+2\} c[p,t] \leq 3;$

subject to restriccion6c {t in 16..60}: #Os tres especialistas de cancro de tipo III só poden atender un
#paciente cada 15 minutos

$\text{sum}\{p \text{ in } E3, a \text{ in } t..t+2\} c[p,t] \leq 3;$

#As restantes restriccións aseguran que en cada intervalo de 15 minutos non se poden inicializar máis tratamentos que o número de enfermeiros dispoñibles neses momentos

subject to restriccion7 {t in 1..24}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} y[p,a] \leq 5;$

subject to restriccion7b {t in 1..24}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} f[p,a] \leq 5;$

subject to restriccion7c {t in 1..24}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} x[p,a] \leq 5;$

subject to restriccion7d {t in 1..24}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} z[p,a] \leq 5;$

subject to restriccion8 {t in 25..84}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} y[p,a] \leq 6;$

subject to restriccion8b {t in 25..84}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} f[p,a] \leq 6;$

subject to restriccion8c {t in 25..84}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} x[p,a] \leq 6;$

subject to restriccion8d {t in 25..84}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} z[p,a] \leq 6;$

subject to restriccion9 {t in 85..108}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} y[p,a] \leq 3;$

subject to restriccion9b {t in 85..108}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} f[p,a] \leq 3;$

subject to restriccion9c {t in 85..108}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} x[p,a] \leq 3;$

subject to restriccion9d {t in 85..108}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} z[p,a] \leq 3;$

subject to restriccion10 {t in 109..165}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} y[p,a] \leq 2;$

subject to restriccion10b {t in 109..165}:

$\text{sum}\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} f[p,a] \leq 2;$

subject to restriccion10c {t in 109..165}:

$\sum\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} x[p,a] \leq 2;$

subject to restriccion10d {t in 109..165}:

$\sum\{p \text{ in } 1..P, a \text{ in } t..t+2\} z[p,a] \leq 2;$

