

Trabajo Fin de Máster

Diseño de modelos para los ingresos y las estancias hospitalarias en el Servicio Galego de Saúde (SERGAS)

Martínez Martínez, Enrique

Curso 2021-2022

UniversidadeVigo

Propuesta de Trabajo de Fin de Máster

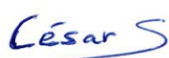
Título en galego: Deseño de modelos para os ingresos e as estancias hospitalarias no Servicio Galego de Saúde (SERGAS)
Título en español: Diseño de modelos para los ingresos y las estancias hospitalarias en el Servicio Galego de Saúde (SERGAS)
English title: Design of models of admissions and hospital stays in the Servicio Galego de Saúde (SERGAS)
Modalidad: B (realización de un trabajo dentro de una empresa o institución)
Autor: Martínez Martínez, Enrique
Director: Sánchez Sello, César Andrés
Tutor en la empresa: Reyes Santías, Francisco
Breve resumen del trabajo: Estudio de la secuencia temporal de ingresos y la duración de las estancias por paciente en el área sanitaria de Santiago de Compostela y Barbanza a lo largo del año 2019, para las diferentes patologías. Por la naturaleza de los datos, se plantea un proceso de Poisson no homogéneo para los ingresos y una distribución phase-type para la duración de las estancias.

Don César A. Sánchez Sellero, profesor titular de Universidad del Departamento de Estadística, Análisis Matemático y Optimización de la Universidad de Santiago de Compostela, y Don Francisco Reyes Santías, tutor del trabajo en la Fundación Instituto de Investigación Sanitaria, FIDIS, informan de que el Trabajo Fin de Máster titulado

**Diseño de modelos para los ingresos y las estancias hospitalarias en el
Servicio Galego da Saúde (SERGAS)**

fue realizado bajo su dirección por don Martínez Martínez, Enrique, para el Máster en Técnicas Estadísticas. Estimando que el trabajo está terminado, dan su conformidad para su presentación y defensa ante un tribunal. En Vigo (Pontevedra), a 13 de junio de 2022.

El director:



El tutor:

Declaración responsable. Para dar cumplimiento a la Ley 3/2022, de 24 de febrero, de convivencia universitaria, referente al plagio en el Trabajo Fin de Máster (Artículo 11, Disposición 2978 del BOE núm. 48 de 2022), **el autor declara** que el Trabajo Fin de Máster presentado es un documento original en el que se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones relativas al uso de material de apoyo desarrollado por otros/as autores/as:

- Todas las fuentes usadas para la elaboración de este trabajo han sido citadas convenientemente (libros, artículos, apuntes de profesorado, páginas web, programas, . . .)
- Cualquier contenido copiado o traducido textualmente se ha puesto entre comillas, citando su procedencia.
- Se ha hecho constar explícitamente cuando un capítulo, sección, demostración, . . . sea una adaptación casi literal de alguna fuente existente.

Y, acepta que, si se demostrara lo contrario, se le apliquen las medidas disciplinarias que correspondan.

Índice general

0. Resumen	6
1. Introducción a la base de datos y objetivos del estudio	7
2. Análisis de los tiempos de ingreso	8
2.1 Procesos de contar y procesos de Poisson	8
2.2 Búsqueda de un modelo para los ingresos	9
2.3 Ajuste de modelos de Poisson homogéneos	15
2.4. Ajuste de modelos de Poisson no homogéneos	16
3. Estudio de la distribución del tiempo de estancia	18
3.1 Estudio descriptivo del tiempo de estancia	18
3.2 Ajuste de modelos clásicos para el tiempo de estancia	25
3.3 Ajuste del modelo de distribución phase-type	26
4. Bibliografía	30
5. Anexo	31

Resumen

Estudio de la secuencia temporal de ingresos hospitalarios y de la duración de las estancias por paciente en el área sanitaria de Santiago de Compostela y Barbanza a lo largo del año 2019 para diferentes patologías.

Por la naturaleza de los datos, se plantean procesos de Poisson homogéneo y no homogéneo para los ingresos. Hay patologías para las que no afecta el periodo del año en el que nos encontremos a la hora de tomar los datos, y otras para las que parece hacerlo de forma drástica. Por ejemplo, en lo que respecta a buena parte de las enfermedades respiratorias. De ahí la necesidad de plantear, según el caso, procesos de Poisson de intensidad constante y otros en los que varía a lo largo del año.

Además, se propone una distribución phase-type para la duración de las estancias, tras probar el ajuste de otros modelos de distribución más clásicos, ya que se ajusta mejor a los datos.

Abstract

Study of the temporal sequence of hospital admissions and the duration of stays per patient in the health area of Santiago de Compostela and Barbanza throughout the year 2019 for different pathologies.

Due to the nature of the data, homogeneous and non-homogeneous Poisson processes are proposed for income. There are pathologies for which the period of the year in which we find ourselves at the time of taking the data does not affect, and others for which it seems to do so drastically. For example, with regard to many respiratory diseases. Hence the need to propose, depending on the case, Poisson processes of constant intensity and others in which it varies throughout the year.

In addition, a phase-type distribution is proposed for the duration of the stays, after testing the fit of other more classic distribution models, since it fits the data better.

1- Introducción a la base de datos y objetivos del estudio

Para elaborar el presente trabajo, hemos contado con una base de datos compuesta por 28.816 observaciones y 14 variables. Toda la información disponible corresponde a diversas estancias en el Hospital Clínico Universitario de Santiago (CHUS) y el Hospital de Barbanza que se produjeron del 1 de enero de 2019 al 17 de marzo de 2020.

El objetivo de este estudio es ajustar, en base a la muestra proporcionada, un modelo para los ingresos hospitalarios y la duración de la estancia, de forma que se pueda estimar la demanda futura de camas para optimizar la dotación de recursos en el sistema de salud.

La base de datos recoge, para cada observación, cuál fue el **hospital** en el que se ingresó de los dos centros ya mencionados. El 89% de observaciones reflejan estancias en el hospital de Santiago.

Además, se incluye un código numérico correspondiente a cada **tipo de ingreso hospitalario** y una variable cualitativa, coincidente con la anterior, que permite conocer a qué tipo de ingreso corresponde a cada código. La mayor parte de los usuarios del sistema de salud recogidos en la muestra, el 89%, pertenecen a la categoría Urgente de Urgencias, mientras que el 8% pertenecen a Urgente de Consultas Externas. Las otras tres categorías según el tipo de ingreso, Urgente de Cirugía Ambulatoria, Urgente de Hospital de Día y Urgente de R.N. Patológico, apenas cuentan con 237,27 y 492 observaciones, respectivamente.

En la base de datos, también se recoge una variable que refleja el **número de días** que duró cada estancia hospitalaria, y se incluye el **sexo** de la persona ingresada y parte de su **código NHC** o Número de Historia Clínica.

Y, de igual modo que ocurría con el tipo de ingreso, para el **diagnóstico principal del paciente** se incluye una variable codificada y otra relacionada que explica a qué patología concreta y variedad de la misma se refiere cada uno de los códigos. Este último factor cuenta con 3.289 categorías diferentes debido a la gran precisión en la recogida de datos.

Del mismo modo, también se presentan dos variables para el **motivo de alta**: una columna aporta un código numérico y otra lo relaciona con una de las ocho categorías respectivas. En cualquier caso, el motivo de alta principal es el traslado al domicilio (ocurre 9 de cada 10 veces). La categoría Éxito engloba apenas al 8% de las observaciones, y el resto de categorías apenas cuentan con datos: Alta voluntaria, Paso a consultas externas, Paso a hospitalización, Fuga (apenas se registraron 9), Paso a Hado y Traslado de Hospital.

Otra de las variables del conjunto de datos es **Pauta GFH**. Se refiere a un Grupo Funcional Homogéneo, es decir, “unidades mínimas de gestión que se caracterizan por tener una actividad homogénea, un único responsable, una ubicación física, unos objetivos propios, una responsabilidad definida y un código identificativo” dentro del hospital (Insalud, 1996). También se incluye la variable **Cód.GFHalta**, que muestra el GFH en el que se encontraba el paciente a la hora de recibir el alta. Normalmente, coincide con su GFH de ingreso.

Por último, se incluye la **fecha de alta del paciente**. Contamos con datos de altas hospitalarias desde el 1 de enero de 2019 hasta el 17 de marzo de 2020.

Además, para poder estudiar la forma en la que se originan nuevos ingresos en los centros hospitalarios del área de Santiago de Compostela a lo largo del tiempo, se ha creado una nueva variable, **fecha de ingreso**, a partir de la anterior.

2- Análisis de los tiempos de ingreso

2.1: Procesos de contar y procesos de Poisson

Una vez hemos creado, como se apuntó en el apartado anterior, una variable que recoge la fecha de ingreso de cada paciente, resulta sencillo acometer una nueva transformación para construir una variable que recoja (ya sea para el conjunto de las observaciones, las pertenecientes a cada diagnóstico en concreto o a un grupo de ellos) el número de ingresos que se produjeron en cada semana incluida en el estudio.

La llegada de pacientes a los hospitales estudiados en el presente trabajo puede entenderse como un proceso de conteo, al producirse una serie de ingresos a lo largo del tiempo. Y el modelo más sencillo y empleado para trabajar con este tipo de procesos es el de Poisson.

Un conteo es un **proceso de Poisson homogéneo** si tiene incrementos independientes y estacionarios, la función en tiempo t solo cuenta con saltos unitarios y la intensidad del proceso es positiva y siempre existe (Dyner R., Pérez G, 1984).

El proceso de Poisson estacionario, que lleva este nombre en honor al matemático Simeón Denis Poisson, se identifica por tres aspectos clave, como explican Daley y Vere-Jones (2003): "The number of points in each finite interval has a Poisson distribution; the numbers of points in disjoint intervals are independent random variables; and the distributions are stationary: they depend only on the lengths of the intervals".

En cualquier caso, no debe confundirse la distribución Poisson con el proceso Poisson. "For a Poisson point process, the number of points in a given set has a Poisson distribution. Moreover, the numbers of points in disjoint sets are stochastically independent. A Poisson process exists on a general s -finite measure space. Its distribution is characterised by a specific exponential form of the Laplace functional" (Gunter Last, Mathew Penrose, 2017).

Como explicó Faraway (2006), "when the response is a count (a positive integer), we can use a count regression model to explain this response in terms of the given predictors", recomendando para estos casos el empleo de un modelo Poisson, si bien es verdad, como explica a continuación el autor, que, si la cuenta implica valores lo suficientemente grandes, puede darse por buena la aproximación normal, mientras que, por el contrario, si la cuenta está cerrada (pensemos en el caso de dos posibles valores), puede ser usado un modelo binomial simple.

Pero, en el caso en el que nos encontramos, con un conteo cuyos valores se mueven entre 0 y 10 ingresos por semana en la gran mayoría de casos, parece la ocasión perfecta para emplear un modelo de Poisson. Por lo tanto, efectuaremos a continuación un test para probar esta hipótesis, que parece razonable de partida.

Ya se cuenta incluso con estudios recientes (M. Alawiyah et al, 2021) que definen el número de **casos positivos de covid registrados a lo largo del tiempo** como un proceso de conteo y recomiendan el empleo de un proceso de Poisson homogéneo para estudiar la incidencia del covid.

Por su parte, Daley y Vere-Jones califican al proceso de Poisson como "the archetypal point processes", siendo un proceso puntual "some method of randomly allocating points to intervals of the real line or (occasionally) to rectangles or hyper-rectangles in a d -dimensional Euclidean space".

E incluyen estos autores la posibilidad, como barajaremos más adelante, de contemplar un proceso de Poisson no homogéneo, donde el valor de la intensidad varía en función del tiempo y sus circunstancias, pero se mantiene la independencia entre sí de los intervalos del proceso.

En cuanto al **empleo de la binomial negativa**, "in many problems in ecology and elsewhere, it is found that the observed distribution of counts frequently shows a higher dispersion (i.e. a higher variance for a given value of the mean) than can be accounted for satisfactorily by the Poisson distribution, for which the variance/mean ratio is identically unity. The earliest and perhaps still the most widely used alternative is the negative binomial distribution" (Daley y Vere-Jones, 2003).

La binomial negativa, por tanto, resulta una alternativa muy útil en caso de sobredispersión, aunque precisa también que se cumpla la condición de independencia entre las diferentes semanas del estudio.

En conclusión, parece encontrarse en la literatura científica cierto acuerdo general a la hora de emplear el modelo de Poisson para medir procesos de conteo a lo largo del tiempo y, en caso de que se aprecie sobredispersión, acudir al modelo binomial negativo.

"Poisson models are widely used in the regression analysis of count data. At the same time it is recognized that counts often display substantial extraPoisson variation, or overdispersion, relative to a Poisson model (...) In the latter vein, certain types of negative-binomial regression models are perhaps the most convenient to deal with, and have been used by various authors", explicaba ya F. Lawless en 1987 en su artículo "Negative binomial and mixed Poisson regression".

2.2: Búsqueda de un modelo para los ingresos

Tras haberlo justificado a nivel teórico, por la naturaleza de los datos, en el apartado anterior, realizaremos ahora una **serie de test chi-cuadrado** para el ajuste de un modelo de Poisson al número de ingresos por semana para los 27 tipos de diagnóstico más comunes (con un tamaño muestral igual o superior a 150). Emplearemos datos correspondientes a las 48 primeras semanas del primer año objeto de este estudio, 2019, para evitar así el truncamiento.

Una de las patologías con un tamaño muestral suficiente es la pancreatitis. El test efectuado para la variable que contabiliza el número de ingresos registrados cada semana a causa de esta dolencia arroja un nivel crítico, 0,17, lo suficientemente alto como para mantener la hipótesis nula de que un modelo Poisson es una opción válida.

Como se verá a continuación en la tabla 2.1, fueron establecidos puntos de corte entre grupos para estudiar las divergencias entre frecuencias observadas y esperadas en los ingresos semanales para cada tipo de diagnóstico. Así, en el caso de la pancreatitis, se formaron cinco grupos diferentes: semanas con 0 y 1 ingresos, semanas de entre 1 y 2 ingresos, semanas de 2 a 4 ingresos, semanas de 4 a 6 ingresos y semanas de 6 a infinitos ingresos.

Los puntos de corte entre grupos marcados son diferentes en cada tipo de diagnóstico para que las observaciones (en este caso, las 48 semanas con su respectivo número de ingresos) queden agrupadas de forma homogénea, y se garantice así la eficiencia del test de ajuste.

En cualquier caso, dividimos las semanas según su intensidad de ingresos, y lo hacemos en cinco intervalos para cada tipo de diagnóstico, con el objetivo de no reducir demasiado los grados de libertad, que serán uno menos en el caso de la binomial negativa por el aumento de parámetros.

Las siguientes columnas de la tabla 2.1 reflejan la divergencia entre las frecuencias esperadas y observadas para cada uno de estos grupos. Así, en el caso de la pancreatitis, lo esperable sería contar con 4 semanas de 0 ó 1 ingresos, 7 de 1 a 2 ingresos, 19 de 2 a 4, 13 de 4 a 6 y 6 de 6 a infinito. Como podemos comprobar, las frecuencias observadas no coinciden exactamente, pero la divergencia no es grande.

Además, aparecen recogidos los valores de media y varianza, que también deben ser similares, y el **test de Ljung-Box** para testear la hipótesis de independencia, que debe cumplirse en el modelo.

De forma análoga, al igual que con la pancreatitis, se efectuó la misma prueba para los 26 tipos de diagnóstico mayoritarios restantes. Se acepta la Poisson para 15 diagnósticos y se rechaza para los otros 12, empleando un nivel de significación igual a 0,05. Podemos comprobar que, en algún caso, la diferencia entre media y varianza es muy acusada. En otras palabras, hay sobredispersión.

2.1: Tabla de pruebas de ajuste al modelo Poisson

Diagnóstico	Nivel crítico	Puntos de corte entre grupos	Frecuencias esperadas	Frecuencias observadas	Media	Varianza	Test de Ljung-Box
Pancreatitis	0,17	1,2,4,6, infinito	4-7-19-13-6	8-5-15-13-7	4,06	4,93	0,57
Enfermedad cardíaca	0,72	4,6,8,10, infinito	8-13-13-9-5	9-11-12-11-5	7	9,62	0,9
Absceso anal	0,85	1,2,3,5, infinito	9-11-11-13-4	11-10-12-11-4	3	3,73	0,87
Neumonitis	0,85	5,7,9,11, infinito	5-10-13-10-10	6-9-12-9-12	9	9,31	0,41
Aborto retenido	0,01	1,2,3,6, infinito	2-4-7-24-11	6-3-9-17-13	4,9	7,7	0,4
Embolia	0,74	1,2,3,4, infinito	9-10-11-8-10	8-11-9-11-9	3,15	2,7	0,09
Colecistitis	0,32	1,2,3,5, infinito	10-11-11-12-4	7-16-11-11-3	2,92	2,86	0,72
Apendicitis	0,3	3,4,6,8, infinito	6-6-15-12-8	9-5-10-15-9	6,19	6,49	0,26
Infección del tracto urinario	0,6	6,8,11,14, infinito	6-9-11-7-11-4	8-9-15-10-6	10,2	10,6	0,96
Sepsis	0,85	2,3,4,5, infinito	14-10-9-7-8	12-11-10-8-7	3,65	3,27	0,31
Osteoporosis fémur derecho	0,58	1,2,3,4, infinito	9-10-11-8-10	8-10-9-12-9	3,13	2,5	0,05
Contacto para quimio	0,43	4,5,6,8, infinito	6-5-7-14-16	7-8-8-10-15	7,48	12,2	0,24
Osteoporosis fémur izquierdo	0	1,2,4,5, infinito	9-10-19-5-5	15-5-13-8-7	3,13	4,4	0,15

Enfermedad cardiaca y renal	0,4	2,4,6,8,infinito	3-11-16-11-7	4-12-11-15-6	5,9	7,42	0,07
Infarto de miocardio	0,18	2,3,4,6, infinito	8-8-9-14-8	7-8-15-12-6	4,5	5,7	0,19
Embarazo postérmino	0,24	3,5,7,9, infinito	3-9-14-12-10	6-9-14-8-11	7,4	14	0,01
Gripe	0	0,4,6,10, infinito	1-32-11-4-0	31-3-2-5-7	3,69	38,71	0
Neumonía	0	6,10,15,20, infinito	0-3-18-20-7	4-11-9-10-14	16,4	63,5	0
Paliativos	0	0,1,2,5, infinito	2-5-9-26-6	10-11-4-9-14	3,46	10,2	0
Enfermedad pulmonar	0	1,4,8,11, infinito	0-5-24-14-5	11-6-6-9-16	8	33,9	0
Infección del tracto respiratorio	0	4,6,10,14, infinito	1-2-16-20-9	6-10-12-6-14	11,5	52,3	0
Insuficiencia cardiaca	0,02	4,6,9,11, infinito	2-7-18-11-11	6-9-11-9-13	9,23	18	0
Insuficiencia respiratoria	0	1,4,6,9, infinito	1-13-15-15-4	9-7-9-13-10	5,96	14,8	0
Insuficiencia respiratoria crónica	0,14	1,2,3,5, infinito	8-10-11-14-5	13-8-6-16-5	3,19	6,03	0,05
Inercia uterina	0	2,4,7,10, infinito	1-7-21-14-5	9-10-6-13-10	6,96	18	0
Otros trastornos respiratorios	0	3,6,9,12, infinito	1-9-18-14-6	7-11-8-12-10	9	26,4	0
Rotura de membranas (parto)	0	3,6,9,12, infinito	1-9-18-14-6	9-7-6-14-12	9	24,4	0

Los test efectuados (ajuste del modelo de Poisson y prueba de correlación) permiten dividir en cuatro grupos los resultados. Por un lado, tenemos el resultado más favorable: se acepta el modelo Poisson y además el p-valor del test de Ljung-Box es de 0,05 o superior.

En estos casos, podemos presuponer que los datos se distribuyen de forma independiente, y no surgen problemas en cuanto a un indeseado comportamiento estacional. Es decir, el número de ingresos que se computan en cada semana del año no depende de en qué época concreta del mismo nos encontremos.

En esta situación, la más favorable, nos encontramos en el caso de 14 diagnósticos: pancreatitis, enfermedad cardiaca, absceso anal, neumonitis, embolia, colecistitis, apendicitis, infección del tracto urinario, sepsis, osteoporosis del fémur derecho, contacto para quimio, enfermedad cardiaca y renal, infarto de miocardio e insuficiencia respiratoria crónica.

En estos casos, las frecuencias esperadas y observadas no difieren especialmente. En cuanto a la media y la varianza, una suposición básica del modelo Poisson es que coincide su valor, como

se explicó antes. Pero, en ocasiones, nos podemos encontrar con el fenómeno de sobredispersión, es decir, la varianza es significativamente superior a la media.

Vemos para estos diagnósticos que el caso más extremo es el de la insuficiencia respiratoria crónica, donde se acepta el modelo Poisson (p-valor de 0,14) a pesar de que la media en la muestra sea 3,19 y la varianza 6, es decir, un 89% mayor. En cuanto al tamaño muestral, es de los más pequeños, de 153 pacientes.

También en algún caso ocurre el fenómeno contrario, y la varianza es menor que la media, pero no por una gran diferencia. Es el caso de la embolia, la osteoporosis del fémur derecho, la colecistitis y la sepsis.

En un segundo bloque de tipos de diagnóstico, se acepta la distribución de Poisson pero nos encontramos con un test de Ljung-Box significativo, por lo que, a priori, se rechaza la hipótesis nula de independencia. Esto solo ocurre para el embarazo postérmino. El p-valor del test de ajuste a la Poisson es 0,24, y las frecuencias observadas y esperadas no difieren de forma especial, pero el p-valor del test de correlación es 0,01.

Para otros tipos de diagnóstico, se rechaza la Poisson y se presenta correlación secuencial. Esto ocurre en diez ocasiones: para el caso de gripe, neumonía, paliativos, enfermedad pulmonar, infección del tracto respiratorio, insuficiencia cardíaca, insuficiencia respiratoria, incercia uterina, otros trastornos respiratorios y rotura de membranas en el parto.

Y, por último, nos encontramos con un último bloque, formado por dos tipos de diagnóstico, aborto retenido y osteoporosis del fémur izquierdo. En este caso, y con p-valores de 0 y 0,01, se rechaza la distribución de Poisson, pero tampoco consta la presencia de correlación secuencial, ya que los p-valores son de 0,4 y 0,15, respectivamente, en este caso. Puede que ahora la Poisson se rechace debido a la sobredispersión. Los valores de media y varianza son de 4,9 y 7,7 (aborto) y 3,1 y 4,4 (osteoporosis). Los tamaños muestrales, 235 y 150, respectivamente.

En este caso, tal y como se argumentó en el apartado anterior, realizamos una prueba de ajuste a la binomial negativa, como puede apreciarse en la tabla 2.2.

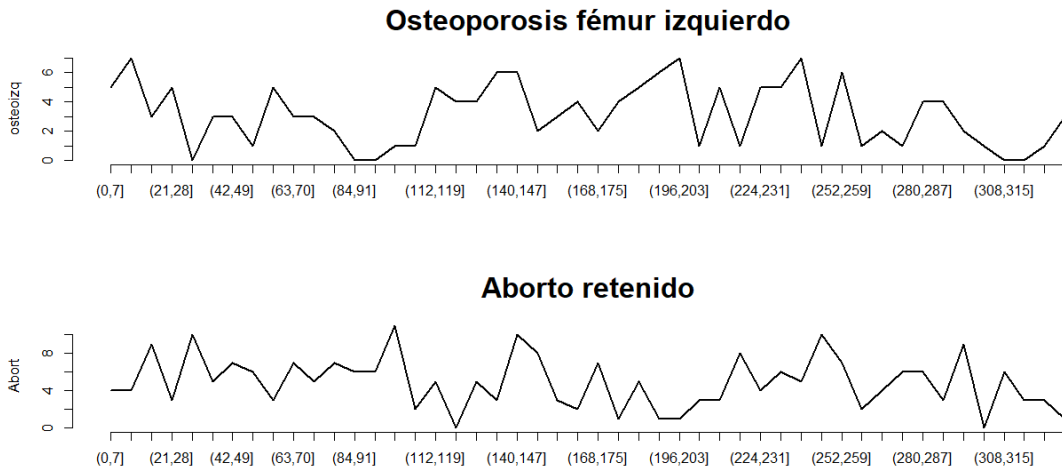
2.2: Tabla de pruebas de ajuste a distribución Binomial Negativa

Tipo de diagnóstico	Nivel crítico	Puntos de corte de intervalos	Frecuencias esperadas	Frecuencias observadas	Parámetro (theta)	Parámetro (mean)
Aborto retenido	0,29	2,3,5,7, infinito	10,7,14,9,8	9,9,10,12,8	7,2	4,9
Osteoporosis del fémur izquierdo	0,01	1,3,4,5,infinito	10,20,8,5,5	15,12,6,8,7	5,6	3,1

En el caso del aborto retenido, podemos aceptar la binomial negativa, entendiendo que el problema en el ajuste se debía a la sobredispersión. En cambio, la osteoporosis del fémur izquierdo sigue poniéndonos en dificultades en cuanto al ajuste de un modelo válido.

A continuación, se presentan algunas representaciones gráficas que muestran las diferencias en el comportamiento de los ingresos semanales para los diferentes tipos de diagnóstico. En primer lugar, en el gráfico 2.3, se muestran los dos últimos casos planteados, para los cuales se probó el ajuste a una binomial negativa.

2.3: Ingresos semanales para diagnósticos sin correlación secuencial para los que se probó el ajuste a una distribución binomial negativa

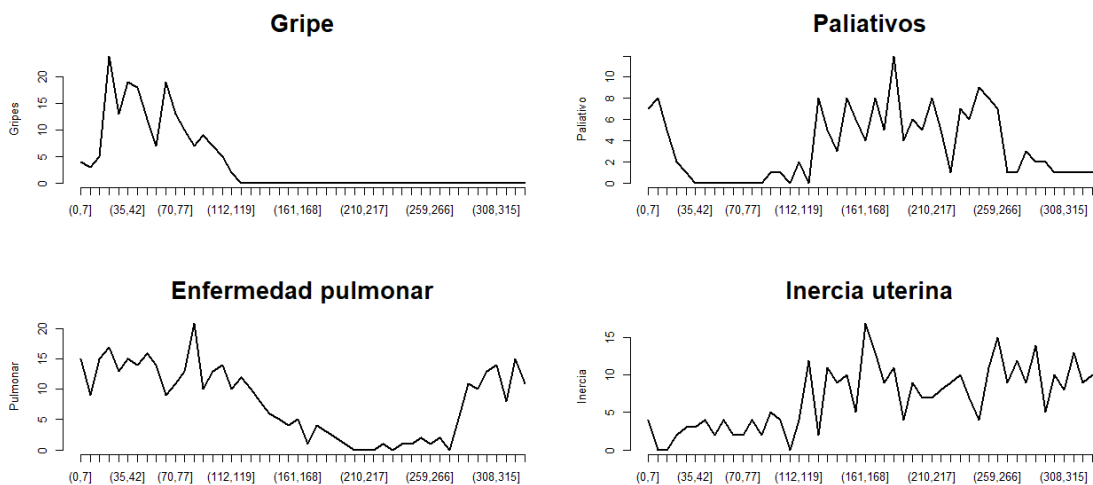


Constatamos fluctuaciones en torno a una media que se puede entender constante, lo cual concuerda con la hipótesis de que la Poisson no se rechazó a causa de correlación secuencial, sino por sobredispersión.

En cambio, para diagnósticos como el de la gripe, aparece claro un importante componente estacional, como vemos en el gráfico 2.4. Así, se suceden semanas con apenas casos o ninguno y otras de gran carga de trabajo en los hospitales, lo que permite establecer y diferenciar temporadas altas y bajas, por lo que sería preciso conocer los datos de más años completos.

Y es que, para estudiar una variabilidad que no dependa del momento de ingreso, contamos con una amplia serie de datos, pero, si se plantea un componente estacional, y el número de ingresos esperado es diferente según la semana, solo tenemos un dato para cada una de ellas: por ejemplo, 6 ingresados por esa enfermedad en la semana 1, 10 en la semana 2, y así sucesivamente.

2.4: Gráfico de ingresos semanales para diagnósticos con correlación secuencial (a)



Para ciertas patologías, el número de casos es irrisorio en algunos meses del año.

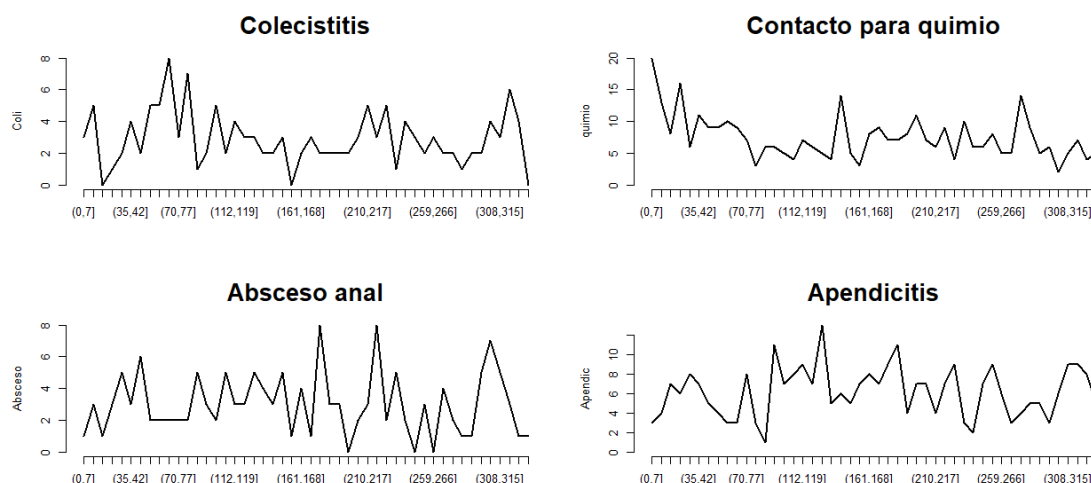
El caso de la gripe es el más claro: solo aparecen casos en el primer tercio del año. Ascenden rápido, alcanzan tres picos, y desaparecen hasta el año siguiente. En el caso de la enfermedad pulmonar, apenas hay casos en torno al verano, y son más o menos estables el resto de meses. El caso de la inercia uterina es también curioso: la media de casos parece aumentar a lo largo del año. Esto plantea ciertos problemas, ya que lo esperable es que la serie temporal, por

fuerte que sea el componente estacional que presente, empiece y comience el año con una incidencia similar para cada patología, ya que el diciembre de un año da paso al siguiente enero.

En el caso de paliativos, es menos clara la dependencia estacional, pero sí encontramos dos épocas del año con apenas casos, lo cual podría deberse o no a circunstancias del ejercicio objeto de este estudio.

Podemos comparar estos resultados con el de otros tipos de diagnóstico. Así, en el caso de las patologías para las que se aceptó el modelo de Poisson, vemos como la media se mantiene, aún con altibajos, estable a medio plazo, tal y como se aprecia en el gráfico 2.5.

2.5: Gráfico de los ingresos semanales para diagnósticos en los que se acepta el modelo Poisson (a)



Por el contrario, los gráficos asociados a tipos de diagnóstico en los que se pudo aceptar la distribución Poisson son muy diferentes a los anteriores, con una media que parece estable independientemente del mes en el que nos fijemos.

El resto de ejemplos (A.8, A.9, A.10, A.11 y A.12) se presentan en el anexo, donde se puede comprobar, por ejemplo, que en lo que respecta a la enfermedad cardíaca (A.8) parece haber un problema de truncamiento en los datos a pesar de que ya hayamos eliminado las observaciones de las últimas semanas, donde este efecto sería más grave.

En definitiva, tenemos 14 tipos de diagnóstico para los que se acepta la Poisson y uno para el que se acepta la binomial negativa.

Entre las dificultades halladas para el ajuste Poisson, destacan la sobredispersión y los problemas de dependencia encontrados en las muestras asociadas a muchos de los tipos de diagnóstico de la base de datos.

De ahí, pese a que existan otras opciones, como la ya citada de la binomial negativa (ajuste que sigue presentando problemas debido a la dependencia), se planteará el ajuste de un modelo de Poisson no homogéneo. Y es que **tanto la sobredispersión como la dependencia** reflejada en las pruebas pueden deberse a la no homogeneidad del proceso de Poisson.

2.3: Ajuste de modelos de Poisson homogéneos

Como ya se ha comprobado, hay patologías para las que no afecta el periodo del año en el que nos encontremos, y otras en las que lo hace de forma drástica, con una temporada alta en la que la enfermedad presenta una gran incidencia y una temporada baja en la que parece desaparecer. En casos como estos puede interesarnos, en lugar de un modelo de Poisson tradicional, homogéneo, otro en el que, por el contrario, la intensidad varíe a lo largo de las estaciones y momentos del año natural.

Uno de los trabajos más recientes que aportan luz al respecto es "NHPPoisson: An R Package for Fitting and Validating Nonhomogeneous Poisson Processes", de Ana Cebrián, Jesús Abaurrea y Jesús Asín (2015).

En este estudio, sus autores presentan el paquete NHPPoisson y explican, de forma similar a las definiciones de otros autores ya referidas, que "a Poisson process (PP in short) is a point process, i.e., a random collection of points in a space where each point represents the occurrence of an event". En este caso, como sabemos, se trata de contabilizar el número de ingresos que recibe el hospital cada semana para cada patología en concreto.

Y, en buena parte de los casos reales, debemos asumir (aunque no se lleve a cabo este ejercicio usualmente) que la hipótesis de que **la intensidad del modelo Poisson fluctúa** a lo largo del tiempo resulta más creíble que dar por hecho su invariabilidad.

Dichos cambios de intensidad de la Poisson podrían, además, estar provocando que se rechace la hipótesis de independencia y, con ella, el modelo, para algunos de los tipos de diagnóstico anteriormente considerados.

"The PP assumes that points occur randomly at a given intensity λ (> 0), which characterizes the frequency these events are expected to occur with (...) In most of the real problems, the intensity is time-varying and a nonhomogeneous Poisson process (NHPP) must be considered. The behavior of a time NHPP is generally modeled by representing the intensity $\lambda(t)$ as a function of covariates, that can include time trends, seasonal terms and/or external factors", añaden los autores en el estudio citado en último lugar.

Los procesos de Poisson no homogéneo han sido largamente empleados con diversas aplicaciones. Por ejemplo, para **modelizar la frecuencia e intensidad de ciclones tropicales** (Carrillo Negrete, 2010), ya que, según explica el autor de la tesis que lleva por título "Modelación de la frecuencia e intensidad de ciclones tropicales usando el proceso Poisson no homogéneo", ocurre que "la tasa de ocurrencia del número total de huracanes del Atlántico Norte en el periodo de 1945 a 2009 no ha sido constante, ya que presenta una tendencia cíclica creciente".

Buscamos ajustar un modelo de Poisson no homogéneo, donde la intensidad cambia, y comparar el ajuste con los modelos de Poisson homogéneo. La evolución de la intensidad obligará a buscar, además, una función que recoja convenientemente dicha transformación, teniendo en cuenta que la intensidad debería comenzar el año en un valor similar a con el que lo termina y que, a priori, se espera que buena parte de las patologías de ingresos fluctuantes registrarán el descenso de los mismos durante el verano o a medida que las semanas se aproximan a él.

Por lo tanto, buscamos una función que decrezca y vuelva a crecer para regresar al punto inicial. Después, compararemos este resultado con el que se deriva del ajuste de un proceso Poisson homogéneo.

Uno de los tipos de diagnóstico que consideraremos es el infarto de miocardio. En el análisis preliminar, vimos que se puede aceptar en su caso el ajuste a un modelo Poisson, con un p-

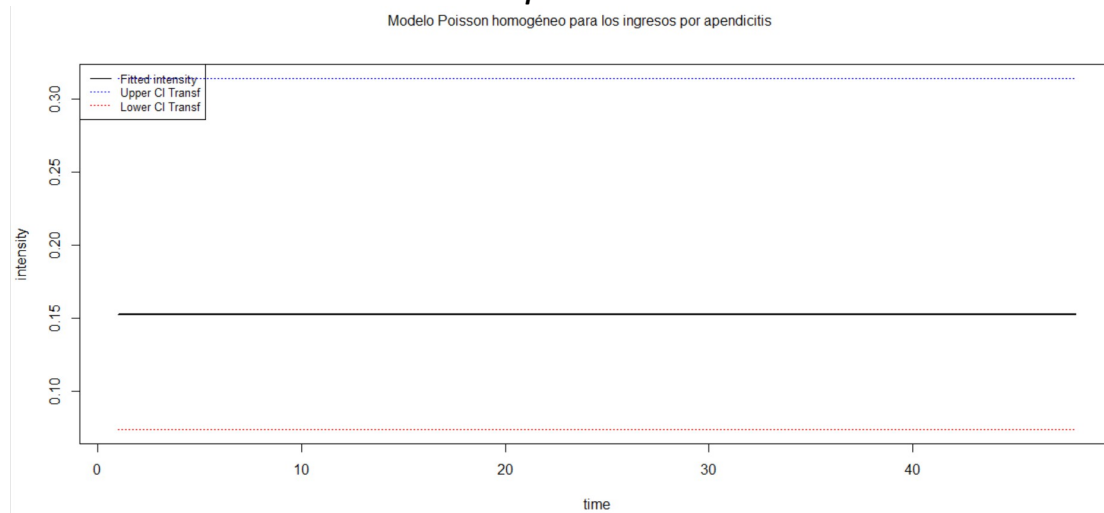
valor de 0,18, y el test de correlación Ljung-Box tuvo un resultado de 0,19, por lo que no se aprecia dependencia temporal.

Empleando el paquete de R anteriormente mencionado, NHPoisson, y proponiendo la inclusión de una covariable que convierte el proceso de Poisson en no homogéneo, construida a partir de la función coseno, el método por pasos que integra su función stepAICmle.fun nos advierte (tras estimar por máxima verosimilitud) de que el modelo más recomendable es el modelo Poisson homogéneo, con un AIC de 45.636. El valor AIC del modelo poisson no homogéneo es 47.634.

Otro caso similar es el de la apendicitis. El p-valor para el ajuste Poisson es de 0,3, lo cual es lógico teniendo en cuenta que las frecuencias observadas y esperadas prácticamente coinciden. Además, los valores de media y varianza son casi iguales en la muestra (6,19 y 6,49), y el test de independencia Ljung-Box arroja un resultado de 0,26, por lo que la hipótesis de independencia se puede mantener para cualquiera de los p-valores usuales.

Realizando el trabajo análogo con el paquete NHPoisson, el método de máxima verosimilitud vuelve a preferir el modelo simple por delante del complejo, por lo cual la intensidad propuesta, como puede comprobarse en el gráfico 2.6, es invariable durante todo el año.

Gráfico 2.6: Intensidad a lo largo del tiempo para el modelo Poisson ajustado para la apendicitis

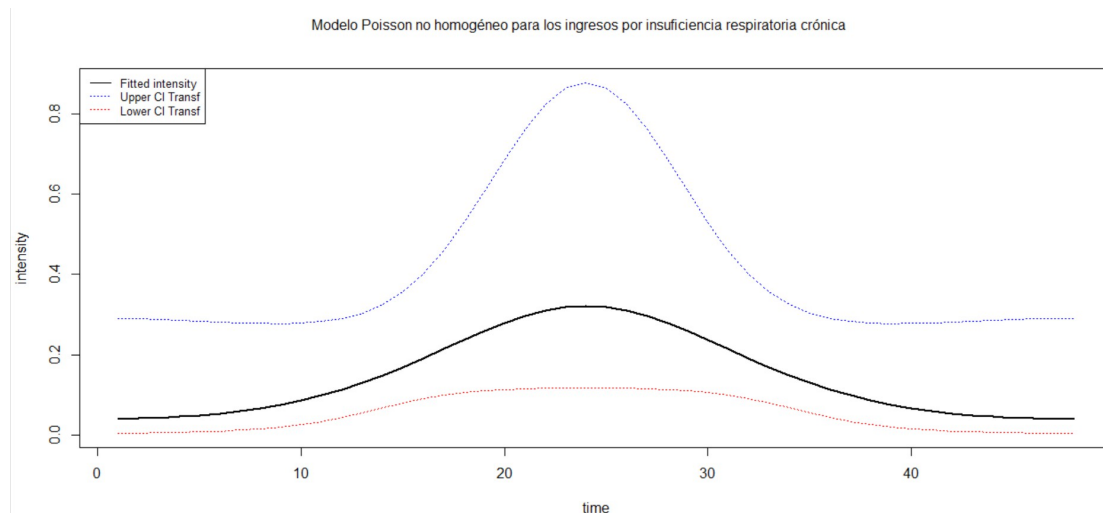


2.4: Ajuste de modelos Poisson no homogéneos

A continuación, comprobaremos lo que ocurre para otras dos patologías: neumonitis e insuficiencia respiratoria crónica. En este último caso, el p-valor del ajuste Poisson era 0,14 y el del test de Ljung-Box era 0,05, por lo que podía aceptarse este modelo, pero la pregunta es si dicho ajuste podría mejorar al otorgar flexibilidad a la intensidad del proceso para que fluctúe a lo largo del tiempo.

En este caso, sí se recomienda, por máxima verosimilitud, el modelo complejo, añadiendo la covariable anteriormente mencionada que añade el efecto de la función coseno, lo cual permite que el valor estimado de la intensidad (y los extremos superior e inferior de su respectivo intervalo de confianza) crezca y decrezca en el mismo año, como se aprecia en el gráfico 2.7. Así, el valor AIC se reduce de 37.909 a 37.204.

Gráfico 2.7: Intensidad a lo largo del tiempo para el modelo Poisson ajustado para la insuficiencia respiratoria crónica

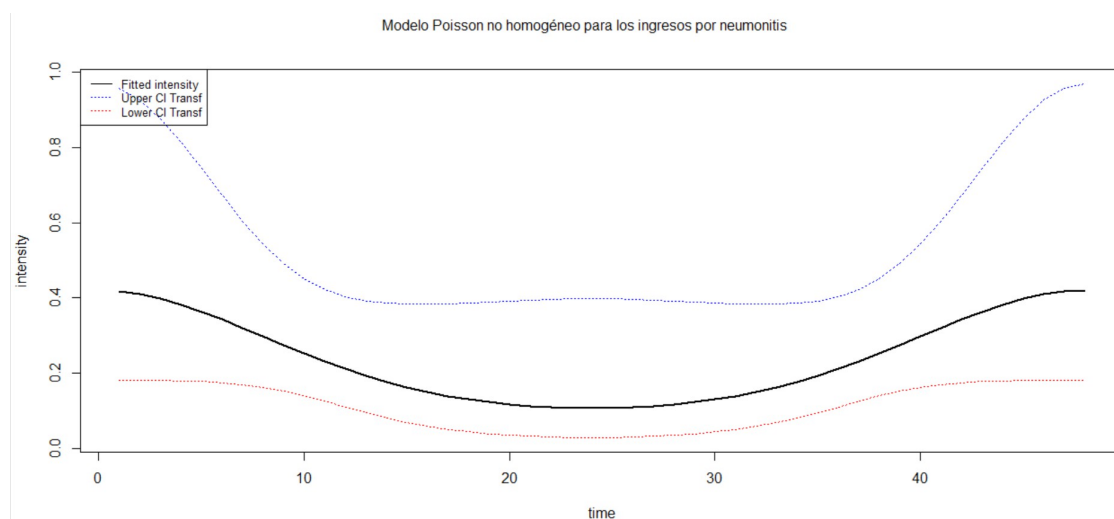


El programa empleado aporta estimaciones puntuales e intervalos de confianza para los parámetros del modelo. Así, en este caso el valor del intercepto es -2,17, y el del parámetro asociado a la nueva variable es -1.037, con errores estándar de 0,48 y 0,64, respectivamente. Podemos construir también intervalos al 95% de confianza para ambos parámetros, e irían de -3.1 a -1.23 en el caso de b_0 (intercepto) y de -2.29 a 0.22 en el de b_1 (coeficiente asociado a la variable añadida).

En el caso de la neumonitis, se podía aceptar de forma clara el ajuste Poisson, con un p-valor asociado a su ajuste de 0,85. Como es natural en este caso, también el p-valor del test de Ljung-Box es elevado, 0,41, y media y varianza prácticamente coinciden ya en la muestra.

No obstante, chequeamos si puede mejorarse el ajuste y, de nuevo, el p-valor asociado al modelo complejo es 51.084, por 51.172 del simple. En este caso, se espera un aumento de los casos a principio y final de año, como recoge el gráfico 2.8.

Gráfico 2.8: Intensidad a lo largo del tiempo para el modelo Poisson ajustado para la neumonitis



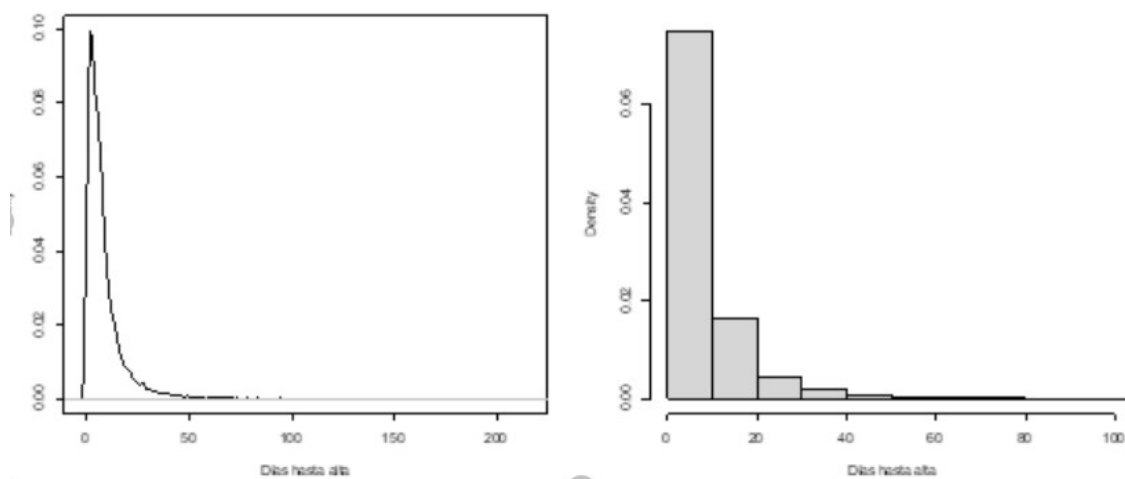
3- Estudio de la distribución del tiempo de estancia

3.1: Estudio descriptivo del tiempo de estancia

En el conjunto de la base de datos proporcionada, para todos los tipos de diagnóstico, la mayor parte de las estancias hospitalarias no llegan a alcanzar los 10 días, y la variable que mide el número de días de atención hospitalaria por paciente padece una gran asimetría positiva. De hecho, mientras que la media de duración de las estancias es 8,68, su mediana es 6. Y que no coincidan media y mediana resulta un síntoma claro, precisamente, de la asimetría de la variable.

Aún tras haber recortado las estadías hasta un máximo de 100 días, eliminando los datos más atípicos (el máximo de la muestra es 214), se mantiene la forma asimétrica en la distribución de la variable, con una cola derecha muy pesada, como se aprecia en el gráfico 3.1. Dicho comportamiento resulta lógico al tratarse de un recuento, que toma solo valores positivos, y no cabe esperarse normalidad.

3.1: Gráfico de densidad e histograma de la variable “Estadías totales”



Como se aprecia en el gráfico de la densidad, buena parte de observaciones se encuentran agrupadas dentro de un espectro muy limitado de días, entre las tres y trece jornadas aproximadamente, y la probabilidad de que se mantenga la atención hospitalaria por más tiempo es pequeña.

Podría interesar una rápida comparación entre la estancia media para los datos de esta muestra (8,68) con la arrojada por otros estudios. Así, según la última encuesta anual de Morbilidad Hospitalaria elaborada por el Instituto Nacional de Estadística, la estancia media para los hospitales españoles sería de 8,01 días para las mujeres y 9,43 para los hombres, con 8,73 días como media general.

La **divergencia en la estancia media entre sexos** fue recogida también en la muestra del Sergas analizada en el presente estudio y en otras muchas muestras históricas, contrastándose los periodos hospitalarios más largos en el caso de los varones.

Ya solo en base a esta muestra, al trabajar con un número tan grande de observaciones, podríamos valorar esta divergencia como significativa, y analizar las causas de este fenómeno en un estudio posterior.

En el caso del sexo masculino, la distribución de la variable resulta aún más asimétrica, con una mayor diferencia entre media y mediana. De este modo, mientras que solo se diferencian en un día los valores esperados en mediana para un hombre y una mujer, su divergencia en media es de día y medio.

En cuanto a los dos centros sanitarios considerados, la media general de la duración de la estancia casi coincide con la del Hospital Clínico Hospitalario de Santiago, debido a que las observaciones son mucho más abundantes (25.738, frente a las 3.078 del Hospital de Barbanza).

Además, **se esperan estancias más breves en Barbanza**. Esto no contradice al sentido común, ya que resulta esperable que los casos graves se deriven al centro hospitalario de mayores dimensiones y con una dotación de recursos más importante.

Podríamos preguntarnos también si el aumento de la duración de las estancias supone un beneficio (por una atención más meticulosa y prolongada al paciente) o repercute de forma negativa (por las incomodidades causadas al enfermo y a sus familias y la peor eficiencia en cuanto al uso de recursos).

Así, buena parte de los países europeos, entre ellos España, según los datos que maneja Eurostat, están **reduciendo la duración de sus ingresos hospitalarios**. Y el mismo fenómeno se vivía antes del covid (comparando datos de 2010 a 2018) en Alemania, Bélgica, Croacia, República Checa, Letonia, Lituania, Hungría, Reino Unido, Holanda, Rumanía, Finlandia o Suiza, mientras, por el contrario, aumentaba la duración de las estancias en Portugal, Islandia, Turquía o Italia.

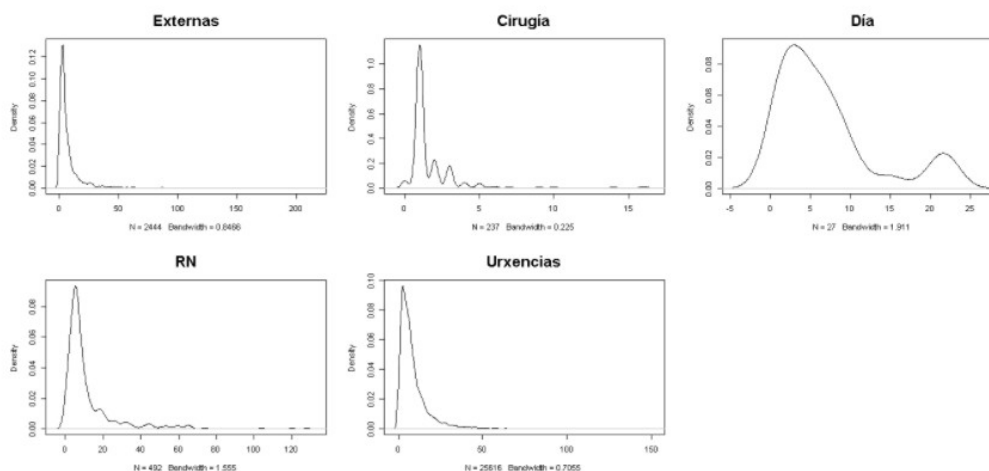
Como expresa en sus conclusiones el informe de la Comisión Europea “State of Health in the EU España Perfil Sanitario del país 2017”, “el cambio desde los más costosos servicios en régimen interno en hospitales hacia la asistencia ambulatoria precedió a la crisis económica y ha proseguido en los últimos años”.

Por lo tanto, prosigue el informe, “el número de camas de hospital descendió de forma constante y esto estuvo acompañado de reducciones de la duración media de permanencia en el hospital. El uso de la cirugía ambulatoria aumentó para muchas intervenciones, pero queda margen para el desarrollo de este tipo de cirugía a fin de lograr una mayor eficiencia y liberar recursos”.

Regresando, tras estas consideraciones iniciales, a la base de datos objeto de este estudio, podemos comprobar que el tipo de ingreso (ya sea Cirugía, Consultas Externas, Día, R.N. o Urgencias) altera la previsión de las estancias. Por ejemplo, para el caso de Consultas Externas, se presenta una hospitalización mediana de 3 días, y, para quienes acceden desde el servicio de Día, la estancia mediana es 5, dos días por encima.

El comportamiento de la variable cambia de forma clara entre estos grupos. Para apreciar esto, basta una representación de la densidad como la que muestran los gráficos 3.2.

3.2: Gráficos de la densidad para la duración de las estancias según el tipo de ingreso

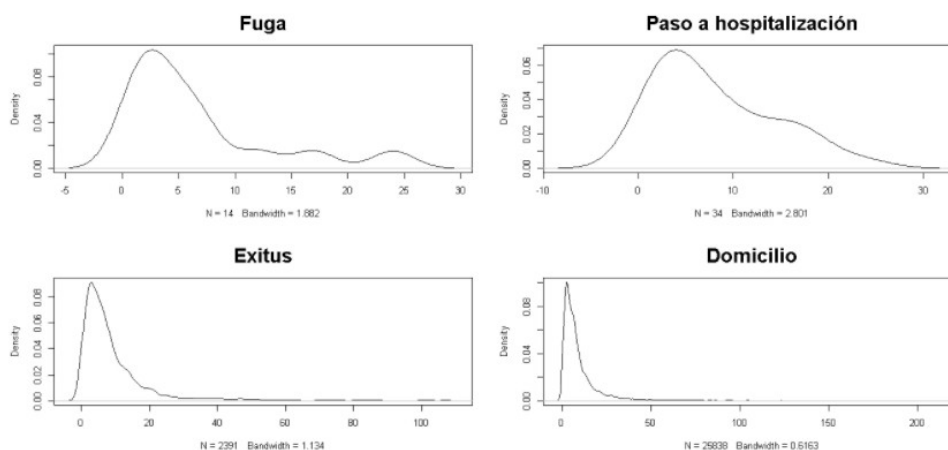


Cuanto más datos presentan las muestras de cada grupo, más tienden hacia una estructura con un fuerte pico de variabilidad a los pocos días de estancia y una larga cola con algún que otro dato extremo esporádico. En cualquier caso, hay que tener en cuenta que, mientras que para Día tenemos solo 27 datos, para Urgencias se cuenta con 25.616, más que para el resto de grupos.

En cuanto al factor Motivo de alta, resulta poco intuitiva su utilización a la hora de predecir el momento en el que se producirá la misma. No obstante, podría estudiarse, con un margen de error, el motivo de alta esperado para cada paciente a la hora de estimar cuándo se producirá.

En lo que respecta a los gráficos de la densidad, vuelve a repetirse, como es lógico, que los asociados a motivos de alta con menor número de observaciones presentan más irregularidades (ver gráficos 3.3) , y la densidad de los que tienen más de 1.000 casos, como para el motivo de alta Exitus, se representa gráficamente con un gran pico a la izquierda y una larga cola derecha.

3.3: Gráficos de la densidad según motivo de alta



La probabilidad de sumar un número reducido de días de estancia es muy elevada, por lo que surgen problemas en la frontera del soporte. La función de densidad se ve obligada a conceder cierta probabilidad, aunque pequeña, a duraciones de la estancia negativas.

Esto se aprecia claramente en los casos de Fuga y Paso a hospitalización, con pocos datos, pero vuelve a ocurrir con el motivo de alta Exitus, que recoge un número de observaciones por

encima de los dos millares. Este fenómeno ya ocurría en los gráficos de la densidad según el tipo de ingreso.

A continuación, para proseguir con el análisis exploratorio, se procederá a cruzar la variable que contabiliza el número de días de ingreso -que convertiremos en variable discreta con cuatro categorías diferentes según la duración de la estancia-, con el resto de variables.

Los niveles del nuevo factor serán: estancias de menos de 3 días, de entre 3 y 6 días, de entre una y dos semanas y de dos semanas o más. Y se comprueba que, tanto para hombres como para mujeres, **la mayoría de estancias duran menos de una semana** y el nivel del factor más común es el que recoge estancias hospitalarias de entre 3 y 6 días.

Si tenemos en cuenta que el primer nivel incluye solo 1 y 2 días, concluimos que lo más probable es que las estancias duren entre 1 y 6 días, y luego la probabilidad de recibir el alta durante cada jornada sucesiva cae drásticamente, por lo que, de nuevo, no cabría en ningún caso esperar normalidad en la distribución de la variable de los días de estancia. Las diferencias en las estancias según el sexo y el resto de factores son significativas según el test chi-cuadrado.

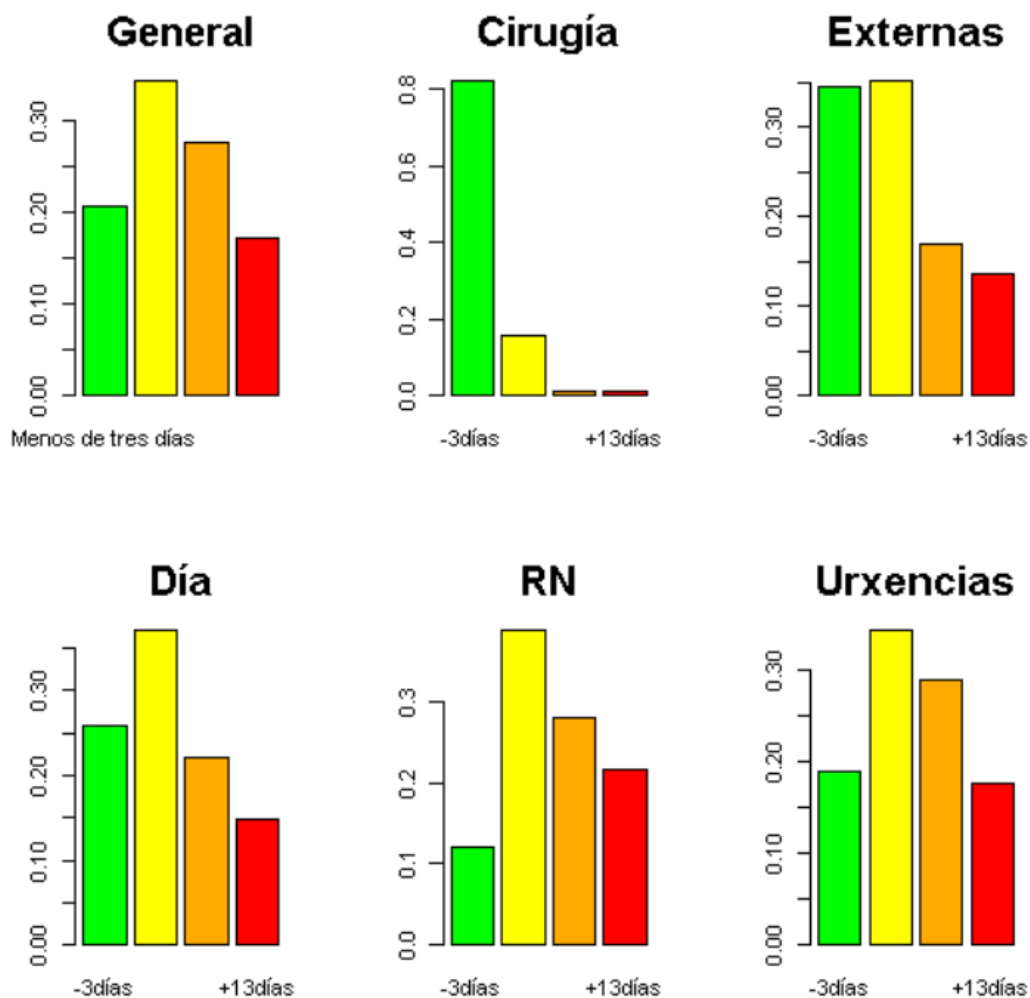
Entre mujeres y hombres, no se aprecian a simple vista grandes diferencias en el porcentaje de estancias de entre una y dos semanas, pero sí en el resto de niveles del factor. Así, la mayor estancia hospitalaria media entre los hombres se debe a estar infrarrepresentados en las estancias más breves y sobrerrepresentados en las estancias largas y muy largas.

En el caso de los hospitales, la diferencia en la duración de la estancia entre ambos se debe a las estadías más prolongadas, que en el Hospital de Barbanza se producen en muchas menos ocasiones, y esto provoca diferencias en media.

Así, las medianas de los días de estancia son 6 para ambos hospitales, mientras que sus medias son 6,9 y 8,9. Esto resulta lógico a tenor del funcionamiento de ambos centros, cuando se espera que los **casos de mayor complicación** sean derivados al hospital de mayor tamaño.

En cuanto a la duración de las estancias según el tipo de ingreso, los ingresados por cirugía ambulatoria presentan un comportamiento totalmente distinto al resto, ya que, como es lógico, apenas se quedan más de un par de días, lo cual puede apreciarse en el gráfico 3.4, que se presenta a continuación. Con respecto al resto de tipologías, las mayores diferencias se aprecian en el primer nivel del factor, según lo común o extraño que sean las estancias muy breves.

3.4: Barplots según tipo de ingreso



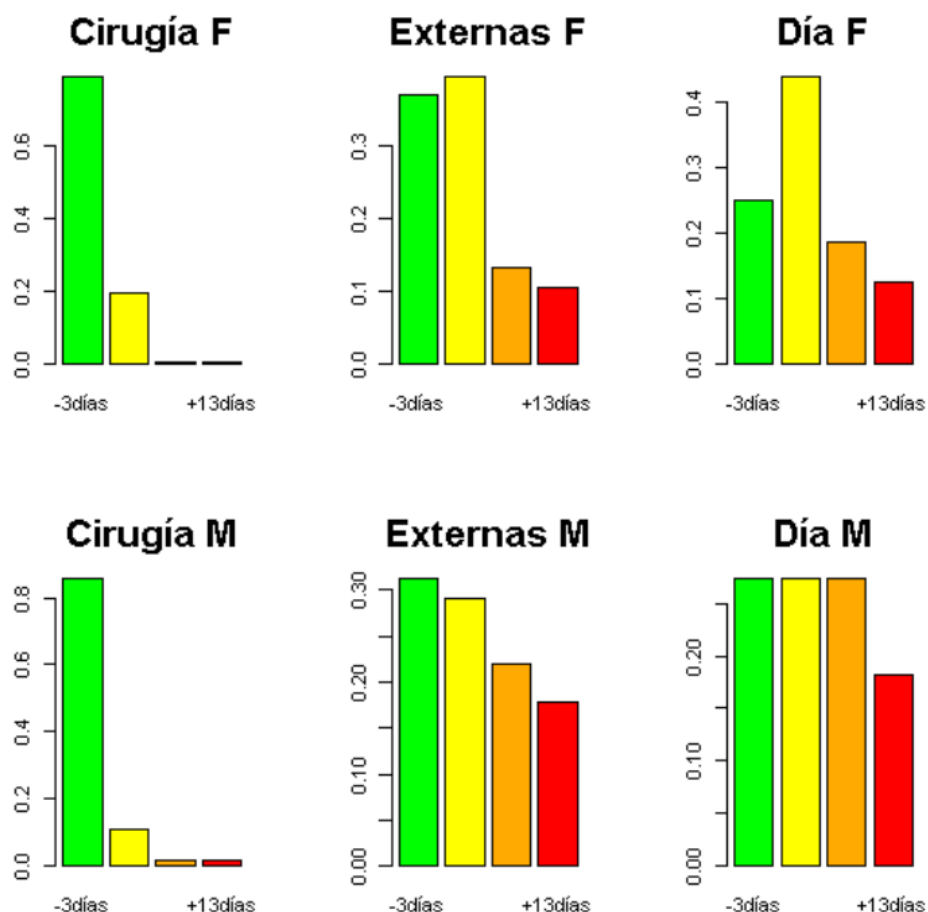
Ninguno de los gráficos coincide en todos los niveles del factor.

En lo que respecta al tipo de alta, también encontramos fuertes divergencias. Todas las tipologías de alta hospitalaria están relacionadas con comportamientos diferenciados en la duración de las estancias.

Y, también de forma exploratoria, si analizamos las estancias medias según el tipo de ingreso y el sexo, encontramos divergencias de distinto valor. Así, dentro de la categoría Día hay muy pocos datos para cada sexo, 27 en total, así que no resultará fiable la submuestra a la hora de tomar conclusiones. No obstante, en el caso de las categorías Cirugía y Externas, con mayor número de datos, también apreciamos diferencias entre sexos, sobre todo en el segundo caso. Esto puede apreciarse a simple vista en el gráfico 3.5.

Además, los hombres parecen encontrar mayores dificultades en lo que respecta a las categorías RN y Urgencias. De nuevo, comprobamos que las mayores diferencias no se suelen encontrar en torno a los valores medios sino en los extremos del factor de Estancia, produciéndose muchas o muy pocas estancias muy breves o especialmente extensas.

3.5: Barplot del efecto del tipo de ingreso separado por sexos



De forma análoga a lo que se explicó en comentarios anteriores, se puede apuntar que, mientras que las diferencias por sexos dentro del tipo de ingreso Día pueden deberse a características particulares de la muestra recogida, dentro de la categoría Externas se agrupan un total de 2.061 observaciones. Por lo tanto, se espera que las diferencias entre hombres y mujeres sean realmente considerables al menos en este caso, pudiendo aprovechar dicha dependencia entre variables a través de un modelo estadístico.

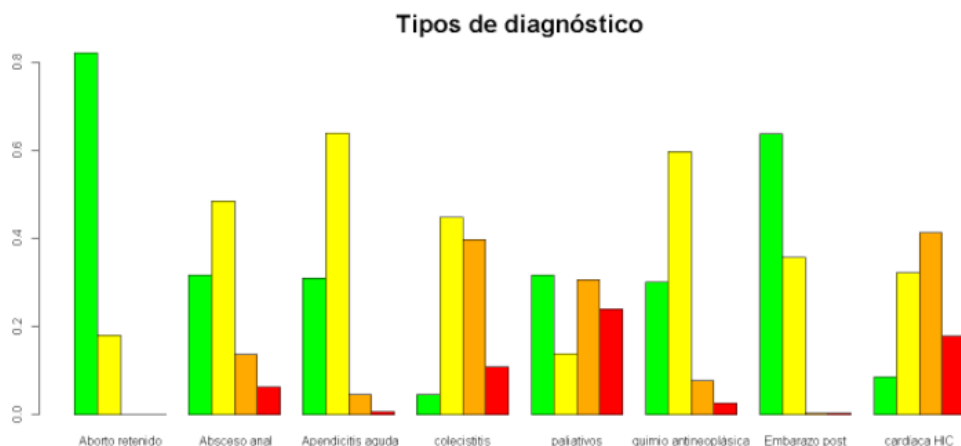
Para el estudio exploratorio de la duración de la estancia, también tendremos en cuenta a las 27 categorías más comunes de tipo de diagnóstico. Precisamos que, cuando se hable del diagnóstico de gripe, por ejemplo, no estamos trabajando con todas las variedades de la gripe, sino la específica—más común— de la que contamos con una muestra de tamaño mayor de 150 (“Gripe debida a otros tipos de virus de la gripe identificados con otras manifestaciones respiratorias”), ya que las mismas patologías aparecen a su vez subdivididas en el conjunto de los datos en incluso decenas de tipos.

Tras esta matización, se adjunta, en el gráfico 3.6, una comparación gráfica de diferentes diagnósticos en relación a la estadía, recordando que todos estos barplots están contruidos con un tamaño muestral mínimo de 150 individuos, por lo que se esperará que las distribuciones de dichas muestras se aproximen a las distribuciones poblacionales.

En el gráfico 3.6, que se muestra a continuación, el tipo de diagnóstico que se relaciona con una estancia más larga es paliativos. Ante este último diagnóstico parece además muy difícil predecir la duración del ingreso hospitalario, ya que las probabilidades son similares en cada uno de los cuatro intervalos de duración de la estancia considerados. Por el contrario, en el caso de la quimioterapia son mayoría las estancias de entre tres y seis días, y las de una

semana o más resultan anecdóticas, ya que, en este caso, se trata de ingresos con un tiempo estipulado muy determinado (a no ser que se produzcan imprevistos).

3.6: Barplots para el factor Estadía según el tipo de diagnóstico



De izquierda a derecha: Aborto retenido, Absceso anal, Apendicitis aguda, Colecistitis, Paliativos, Quimio, Embarazo post y Enfermedad cardíaca.

Las mayores diferencias se encuentran en cuanto a la probabilidad de caer en los últimos dos niveles del factor Estadía según el tipo de diagnóstico. Así, mientras permanecer en el hospital una semana o más resulta casi improbable en el caso de un Aborto retenido o Embarazo post, es lo más común para los diagnósticos Paliativos o Enfermedad cardíaca.

En cuanto a la gripe, es una patología a priori leve que se presenta muy a menudo en personas de edad avanzada o que sufren otra enfermedad y se puede agravar, así que el porcentaje de individuos con gripe que continúan su estancia más allá de la semana es similar al de quienes sufren infecciones del tracto respiratorio o urinario, e incluso superior al de los casos de infarto de miocardio.

La exploración de la base de datos ya nos permite formular una serie de preguntas y contestarlas. Por ejemplo, ¿hay individuos con apendicitis que pasan más de 100 días en el hospital? ¿Qué probabilidad hay de que un individuo con apendicitis esté ingresado dos semanas o más? ¿Cuál es el resultado más esperable para una persona con apendicitis?

Contamos con 297 casos de apendicitis aguda no especificada (forma de la enfermedad con la que trabajamos por mayoritaria) y la estancia más extensa es de 10 días. Además, se dan estos porcentajes: el 31% de ingresos hospitalarios duran menos de tres días, el 64% entre tres días y una semana, el 5% entre una y dos semanas y el 0% dos semanas o más.

Por lo tanto, resulta bastante improbable que una estancia por apendicitis aguda se alargue por dos semanas o más, y el resultado más esperado es una estancia intermedia, de entre tres días y una semana.

Debido al número elevado del tamaño de muestra, podríamos pensar que estos porcentajes funcionarán correctamente como aproximación de las posibilidades reales de recaer en uno u otro nivel del factor.

En cuanto a la mediana de la duración de la estancia, es 6 tanto para el conjunto de las observaciones de la base de datos como para las observaciones que se encuadran en alguna de estas 27 patologías más comunes, pero la media se reduce drásticamente de los 8,68 a 7,58 días en este último caso.

Es decir, los 27 tipos de diagnóstico más comunes están relacionados con medias de ingreso más bajas. Esto se podría deber al mayor conocimiento, inversión económica y recursos debido a criterios de eficiencia.

3.2: Ajuste de modelos clásicos para el tiempo de estancia

En lo que respecta a la duración de la estancia, estudiando de nuevo esta característica enfocándonos en el número de días en el hospital por paciente, ya sean 3, 5 o 10, y no a través de un factor, interesa comprobar si la distribución de esta variable puede ajustarse a algún modelo clásico, como el weibull, el exponencial o el gamma, para cada tipo de diagnóstico de los 27 más comunes.

Para comprobarlo, se llevaron a cabo test de ajuste a las distribuciones gamma, exponencial y weibull. No obstante, la distribución gamma de la duración de la estancia no se pudo aceptar para ninguno de dichos tipos de diagnóstico.

Y, en cuanto a la distribución exponencial, solo se acepta para el tipo de diagnóstico Paliativos, al arrojar un p-valor de 0,095 el test Anderson-Darling en este caso. A continuación, se ofrece la salida de R (elemento gráfico 3.7) para el tipo de diagnóstico Absceso anal. En este caso, se rechazan las tres distribuciones.

3.7: Salida de R. Rechazo del ajuste a las distribuciones exponencial, weibull y gamma para la duración de la estancia (con el tipo de diagnóstico Absceso anal).

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: exponential distribution
with parameter rate = 0.201949860724234
Parameters assumed to be fixed

data: z
An = 9.1626, p-value = 3.039e-05

Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Weibull distribution
with parameters shape = 1.29916845895962, scale = 5.4260974946541
Parameters assumed to be fixed

data: z
An = 5.9357, p-value = 0.001042

Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Gamma distribution
with parameters shape = 1.94941598399909, scale = 0.39368433530659
Parameters assumed to be fixed

data: z
An = Inf, p-value = 4.138e-06
```

En cuanto a la distribución weibull, se acepta este modelo para la duración de la estancia en el caso de cinco tipos de diagnóstico: Paliativos (aunque, a priori, nos quedaríamos con la exponencial, al tratarse de una distribución con menor número de parámetros, siendo la weibull una generalización más compleja de esta), Osteoporosis del fémur izquierdo (con un p-valor de 0,11), Sepsis (p-valor del 0,34%), Enfermedad cardíaca y renal (0,53%) y Neumonitis (0,15%). En la salida de R 3.8, mostrada a continuación, se muestra el rechazo del ajuste para el tipo de diagnóstico Osteoporosis del fémur derecho.

3.8: Salida de R. Rechazo del ajuste a las distribuciones exponencial, weibull y gamma para la duración de la estancia (con el tipo de diagnóstico Osteoporosis del fémur derecho).

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: exponential distribution
with parameter rate = 0.109090909090909
Parameters assumed to be fixed

data: z
An = 25.906, p-value = 4e-06

Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Weibull distribution
with parameters shape = 2.21459023048754, scale = 10.3739517760651
Parameters assumed to be fixed

data: z
An = 5.0806, p-value = 0.002635

Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Gamma distribution
with parameters shape = 5.71022709380448, scale = 0.622932582448663
Parameters assumed to be fixed

data: z
An = 431.82, p-value = 4e-06
```

Por lo tanto, a la vista de estos resultados, parece conveniente buscar el ajuste de otro tipo de distribución, por lo que se planteará un modelo phase type, como se explicará en el siguiente apartado.

3.3 Ajuste del modelo de distribución phase-type

Para comprender el modelo phase-type, primero hay que definir el proceso de Markov, donde el estado futuro depende exclusivamente del presente, y no de los valores pasados, y las probabilidades de transición de un estado a otro quedan definidas por

$$p_{ij}(n) = P[X(n+1)=j | X(n)=i], j=1, 2, \dots, m$$

cuando $p_{ij}(n)$ es la probabilidad de que el proceso cambie del estado i al estado j en el instante de tiempo n . (Ocaña-Riola, Ricardo, 2009).

En una cadena de Markov homogénea, las probabilidades de pasar de un estado i a otro j son invariables para cada fase del proceso y quedan definidas en una matriz de transición de n dimensiones. En todos estos casos, estudiamos el tiempo hasta un estado absorbente en el que termina el proceso.

Y, antes de llegar a su fin, el proceso, que no es sino un proceso de Markov en tiempo continuo, puede pasar por varias fases diferenciadas. Es decir, existe una cierta probabilidad de pasar directamente a un estado absorbente o por alguna o varias fases intermedias.

Explicado esto, ya podemos referirnos a la distribución phase-type, que está íntimamente relacionada con el proceso de Markov. La phase-type es una distribución de probabilidad

construida en base a la mezcla de exponenciales. Esta distribución puede representarse en base a una variable aleatoria que describe el tiempo hasta absorción de un proceso de Markov.

Las bondades de las distribuciones phase-type han sido ampliamente recogidas en la literatura. "Phase-type distributions may approximate arbitrarily closely any distribution with support on the positive reals. This means that for thin-tailed distributions one may assume without (too much) loss of generality that distributions are of phase-type. For heavy tailed distributions more care should be taken". (Bladt, Mogens, 2005).

Diferentes distribuciones de probabilidad son consideradas como casos específicos de la distribución phase-type. Podemos hablar incluso de la distribución degenerada, con cero fases. En el caso particular de una única fase hasta la absorción, estaríamos hablando de la distribución exponencial clásica.

Otros casos serían la distribución Erlang, con dos o más fases idénticas, la distribución Coxian, con dos o más fases y la probabilidad de transitar hacia el estado de absorción después de cada una de ellas, y la distribución hiperexponencial, también con dos o más fases que pueden ocurrir de forma exclusiva o paralela.

El modelo hiperexponencial consta de la combinación de distribuciones exponenciales, y en él la matriz de transición es diagonal. En el modelo Coxian, los elementos bajo la diagonal de la matriz de transición valen 0.

En la distribución Erlang, el primer valor de su vector de probabilidades iniciales α es 1 y el resto 0, lo cual equivale a decir que no supone en este caso la inclusión de ningún parámetro, y en su matriz de transición todos los elementos son nulos exceptuando la diagonal principal y la superior a ella, con valores de signo contrario.

En conclusión, a raíz de la definición de las distribuciones phase-type, se aclara que es necesario estimar las probabilidades iniciales de absorción y también la matriz de transición para las distintas fases. Para ajustar la distribución phase-type y estimar sus parámetros, emplearemos el paquete mapfit de R.

Trabajaremos primero con los datos recopilados para el tipo de diagnóstico Infarto de Miocardio. Al ajustar un "general PH", distribución phase-type con 2 fases y, por tanto, una matriz de transición de dimensión 2x2, la salida de R 3.9 arroja las siguientes probabilidades iniciales y matriz de transición:

3.9. Salida de R. Ajuste de distribución phase-type para el tipo de diagnóstico Infarto de miocardio.

```
> ## PH fitting for general PH
> (result1 <- phfit.point(ph=ph(2), x=y2))

Maximum LLF: -593.026525
AIC: 1196.053050
Iteration: 92 / 2000
Computation time (user): 0.060000
Convergence: TRUE
Error (abs): 8.408991e-06 (tolerance Inf)
Error (rel): 1.417979e-08 (tolerance 1.490116e-08)

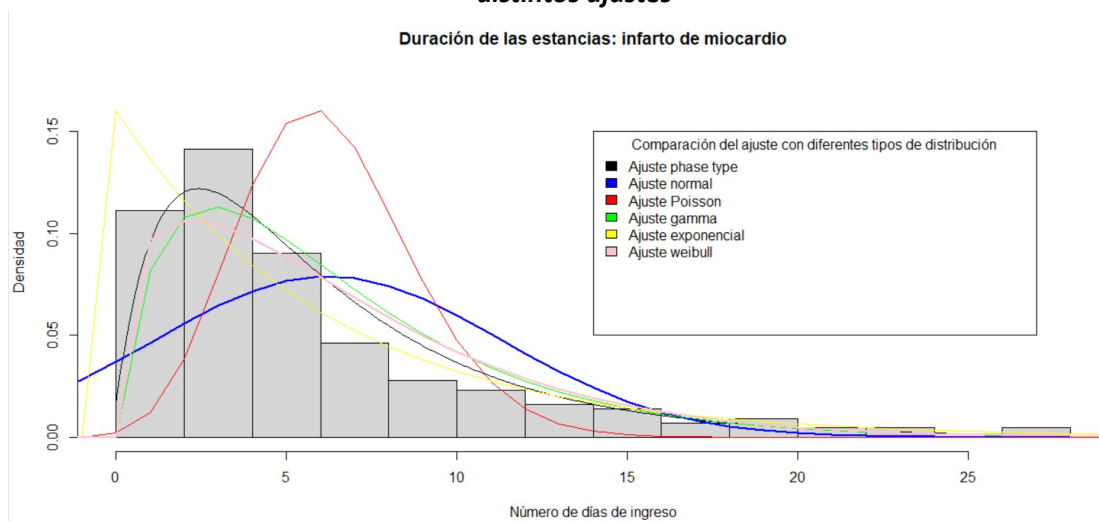
Size : 2
Initial : 0.9985739 0.001426064
Exit : 0.01595111 0.4885657
Infinitesimal generator :
2 x 2 sparse Matrix of class "dgCMatrix"

[1,] -0.2760188 0.2600677
[2,] 0.1011691 -0.5897348
```

Para este ejemplo, tras realizar el ajuste, el paquete de R devuelve una estimación de la desviación típica de 5,07 para estos datos, de media 6,22.

Ahora resultaría interesante comparar este ajuste con el de otras distribuciones y el histograma de los datos de la muestra, como se muestra en el gráfico 3.10, donde vemos que la distribución phase-type logra un mejor ajuste que los modelos clásicos.

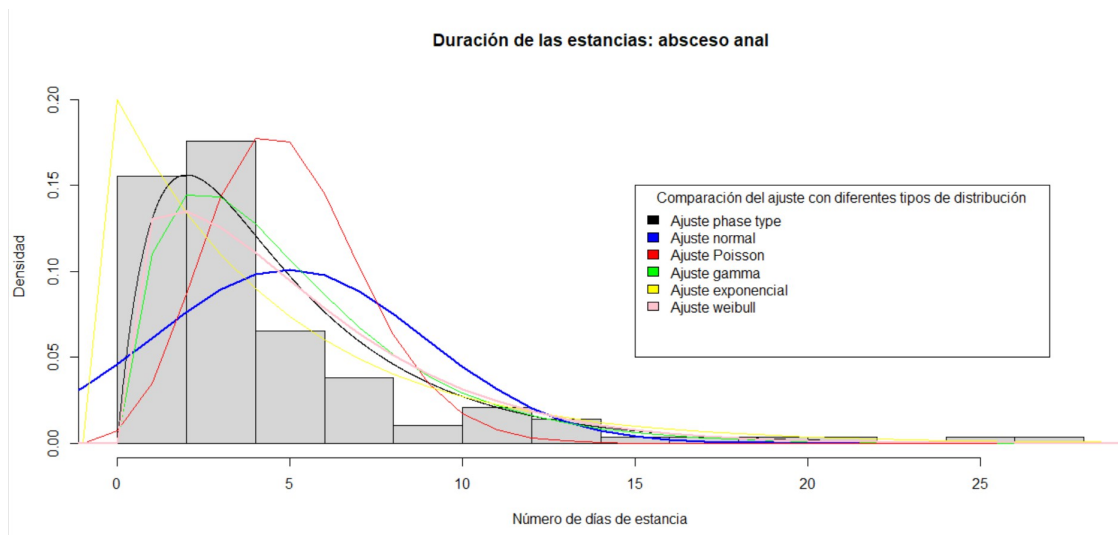
3.10. Gráfico de la duración de la estancia para casos de Infarto de miocardio: histograma y distintos ajustes



Sin duda, el peor ajuste es el de la distribución normal, que no es capaz de captar ese pico inicial para los primeros días de estancia. En cambio, el ajuste phase-type capta tanto dicho pico como la larga cola.

A continuación, se muestran algunos ejemplos más para otros tipos de diagnóstico (gráfico 3.11), siendo que la distribución phase-type presenta siempre el mejor ajuste o, al menos, uno de los mejores, acercándose a la muestra subyacente.

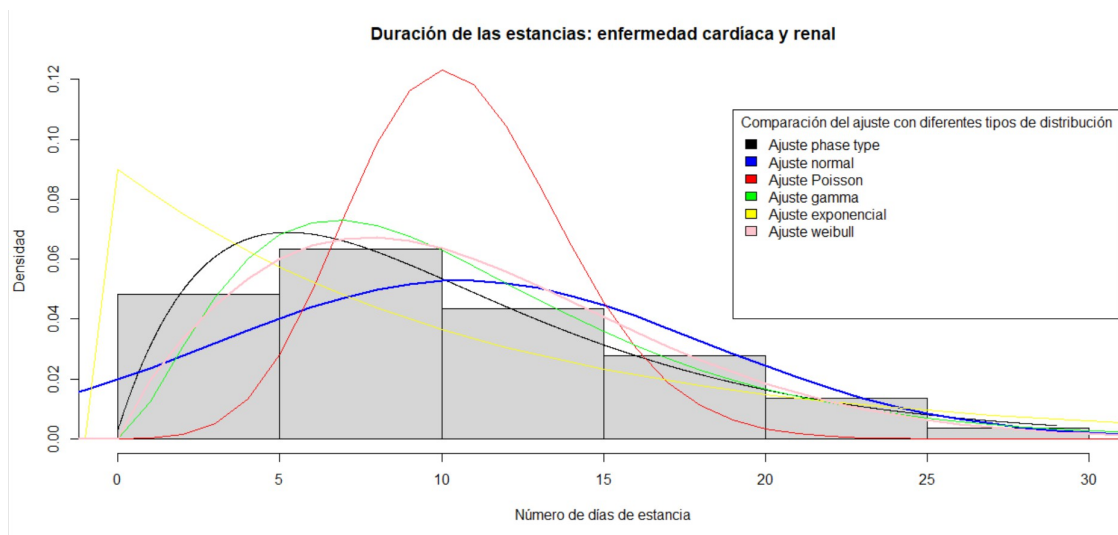
3.11 Gráfico de la duración de la estancia para casos de Absceso anal: histograma y distintos ajustes



Este tipo de ajuste phase-type, si bien podrían ser estudiados modelos de este estilo más complejos, consigue acercarse de forma clara a la naturaleza de los datos, como ocurre también en el gráfico 3.12.

Si bien dicho ajuste presenta alguna dificultad para captar el fuerte pico de probabilidad inicial, la distribución planteada se mantiene cerca del histograma de los datos a lo largo de toda su extensión. Si bien otras distribuciones pueden ser más precisas en algún punto, fallan en el ajuste conjunto.

3.12 Gráfico de la duración de la estancia para casos de Enfermedad cardíaca y renal: histograma y distintos ajustes



Por lo tanto (se incluyen más ejemplos, A.13 y A.14, en el anexo) las distribuciones phase-type demuestran su validez y conveniencia, por delante de las distribuciones clásicas, a la hora de ajustar los datos de la muestra, que se refieren a la duración de las estancias hospitalarias para pacientes que padecen diversas patologías de toda índole.

Bibliografía

Autor no especificado. Estancia media según el sexo, el motivo del alta y el diagnóstico principal. Resultados nacionales (2020). <https://www.ine.es/jaxi/Tabla.htm?tpx=52151&L=0> Accedido el 5 de mayo de 2022.

Bladt, Mogens. (2005). A Review on Phase-Type Distributions and Their Use in Risk Theory. Astin Bulletin 35(1):145-161.

Carrillo Negrete, Oswaldo Ismael (2010). Modelación de la frecuencia e intensidad de ciclones tropicales usando el proceso poisson no homogéneo. Tesis, Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo de México.

Cebrián AC (2015). NHPoisson: Modelling and Validation of Non Homogeneous Poisson Processes. R package version 3.1. <https://cran.r-project.org/web/packages/NHPoisson/index.html> Accedido el 2 de mayo de 2022.

Cebrián A.C., Abaurrea J., Asín J. (2015). NHPoisson: An R Package for Fitting and Validating Nonhomogeneous Poisson Processes. Journal of Statistical Software Volume 64, Issue 6.

Comisión Europea. State of Health in the EU. España. Perfil Sanitario del país en 2017. https://ec.europa.eu/health/system/files/2017-12/chp_es_spanish_0.pdf Accedido el 1 de febrero de 2022.

D. J. Daley; D. Vere- Jones (2003) An Introduction to the Theory of Point Processes: Volume I: Elementary Theory and Methods, Second Edition. Springer.

Faraway, J.J. (2005). Extending the linear model with R. Generalized linear, mixed effects and nonparametric regression models. Chapman and Hall.

Instituto Nacional de la Salud. (1996). Gestión analítica hospitalaria (Proyecto Signo). Impreso por Closas-Orcoyen, S.L.

Last, Gunter; Penrose, Mathew. (2017). Lectures on the Poisson Process. Cambridge University Press.

Lawless, J. F. (1987) Negative binomial and mixed Poisson regression. Canadian Journal of Statistics 15,209-225. [206]

M. Alawiyah et al (2021). Homogeneous Poisson process in daily case of covid-19. Journal of Physics: Conference Series. 1722 012078.

Ocaña-Riola, Ricardo (2009). Modelos de Markov aplicados a la investigación en Ciencias de la Salud. INCI, volumen 34, número 3.

Pérez G. Luis, Dyner R., Isaac. Estimación del proceso de Poisson no homogéneo. (1984). Rev.Fac. De Ingeniería. Vol.1, No.1.

Anexo

A.1- Estadísticos por sexo para la duración de la estancia

Sexo	Máximo (214)	Media (8,68)	Mediana (6)
Masculino	152	9.45	6
Femenino	214	7.95	5

A.2- Estadísticos por centros para la duración de la estancia

Hospital	Max (214)	Media (8,68)	Mediana (6)	Tamaño muestral (28816)
Barbanza	128	6.96	6	3078
Santiago	214	8.90	6	25738

A.3- Estadísticos por tipo de ingreso para la duración de la estancia

Tipo de ingreso	Max (214)	Media (8,68)	Mediana (6)	Tamaño muestral (28816)
Cirugía	16	1.78	1	237
Consultas Externas	214	7.34	3	2444
Día	22	6.81	5	27
R.N.	128	11.49	6	492
Urgencias	149	8.82	6	25616

A.4- Estadísticos por motivo de alta para la duración de la estancia

Motivo de alta	Max (214)	Media (8,68)	Mediana (6)	Tamaño muestral (28816)
Voluntaria	17	4.49	3	63
Domicilio	214	8.53	6	26804
Exitus	130	10.80	6	2198
Fuga	9	2.89	2	9
Paso a consultas externas	19	4.47	3	81
Paso a hado	53	6.23	4	125
Paso a Hospitalización	92	25.61	11	31
Traslado de hospital	70	7.54	5	225

A.5- Tabla de contingencia (factor Estadía) por sexos y centros de salud para la duración de la estancia

Periodo	Porcentaje mujeres	Porcentaje hombres	Porcentaje Barbanza	Porcentaje Santiago
Menos de tres días	0.244	0.167	0.212	0.206
Entre tres días y una semana	0.346	0.340	0.378	0.339
Entre una semana y dos	0.259	0.297	0.303	0.274
Dos semanas o más	0.150	0.195	0.107	0.180

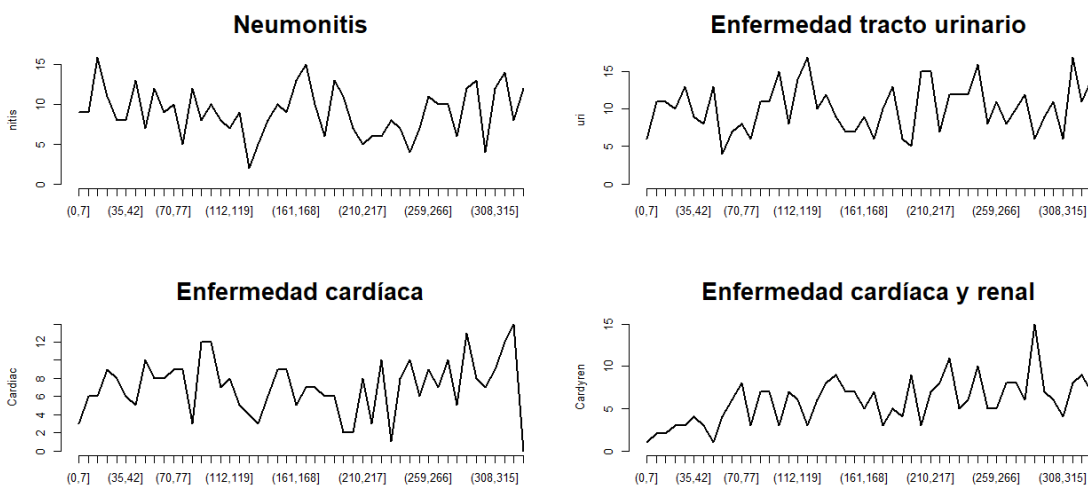
A.6- Tabla de contingencia por tipo de ingreso para la duración de la estancia

Periodo	Porcentaje cirugía	Porcentaje externas	Porcentaje Día	Porcentaje R.N.	Porcentaje urgencias
Menos de tres días	0.819	0.345	0.259	0.120	0.189
Entre tres días y una semana	0.156	0.350	0.370	0.386	0.344
Entre una semana y dos	0.013	0.169	0.222	0.278	0.291
Dos semanas o más	0.013	0.135	0.148	0.215	0.176

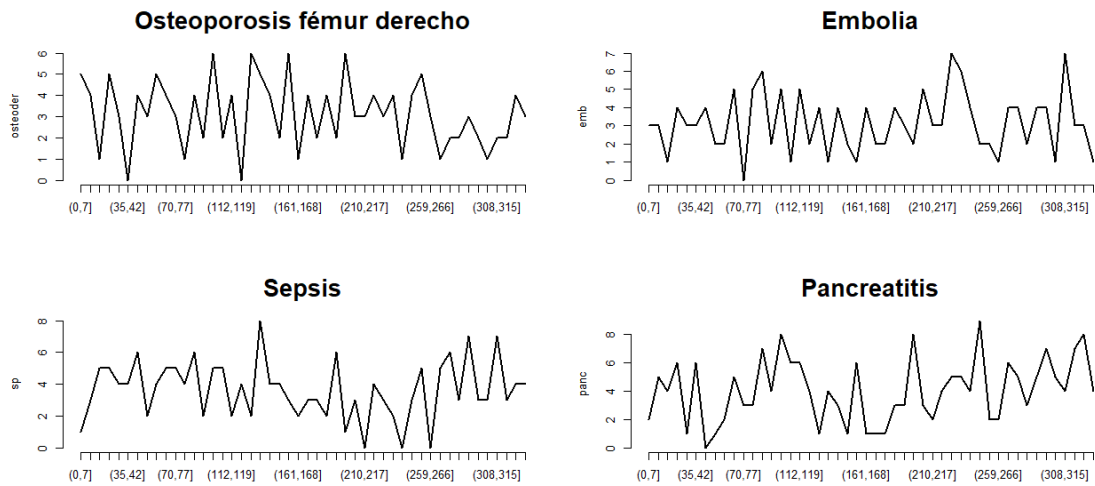
A.7- Tabla de contingencia por motivo de alta para la duración de la estancia

Periodo	Voluntaria	Domicilio	Exitus	Fuga	Externas	Hado	Hospita- lización	Traslado
Menos de tres días	0.476	0.197	0.280	0.667	0.358	0.336	0.129	0.360
Entre tres días y una semana	0.222	0.354	0.226	0.222	0.444	0.368	0.226	0.217
Entre una semana y dos	0.238	0.285	0.214	0.111	0.148	0.176	0.129	0.280
Dos semanas o más	0.063	0.164	0.280	0	0.05	0.120	0.516	0.142

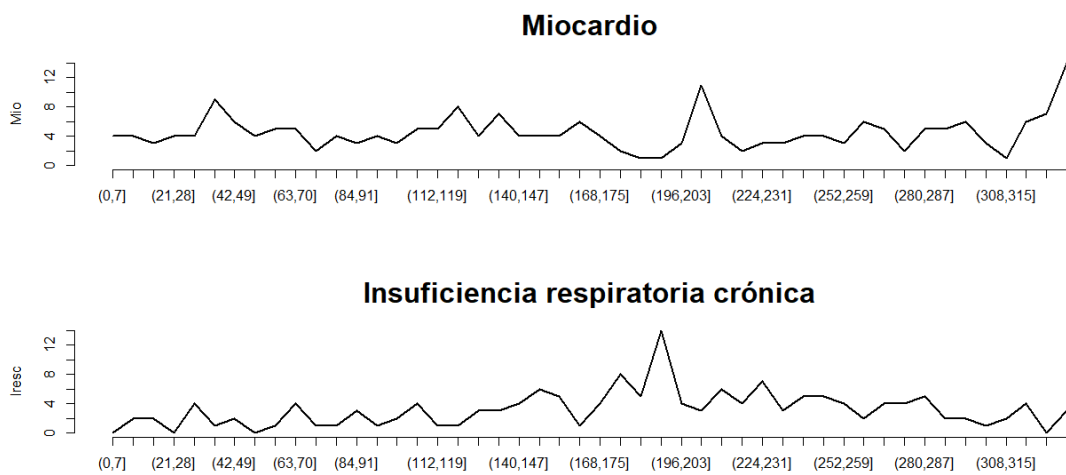
A.8- Ingresos semanales para diagnósticos donde se acepta la Poisson (b)



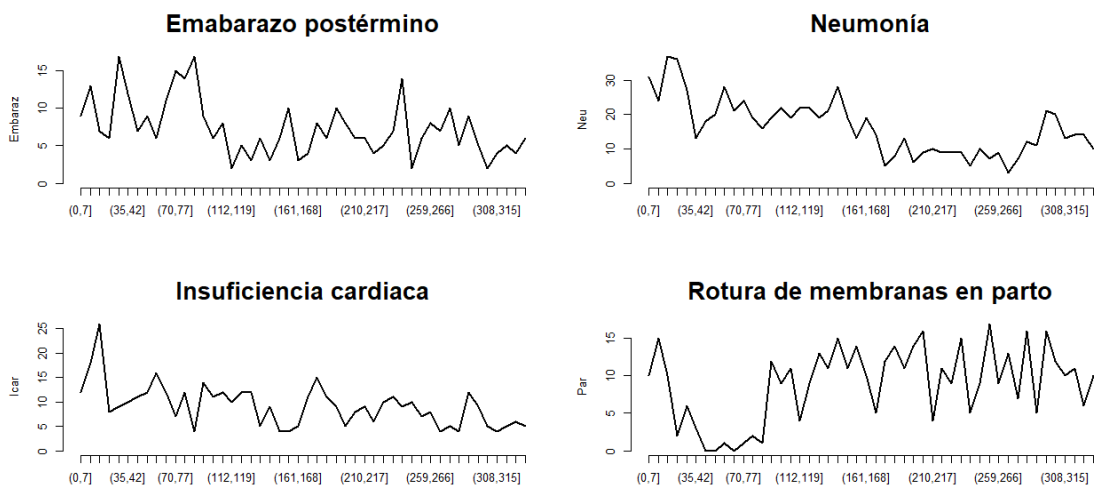
A.9- Ingresos semanales para diagnósticos donde se acepta la Poisson (c)



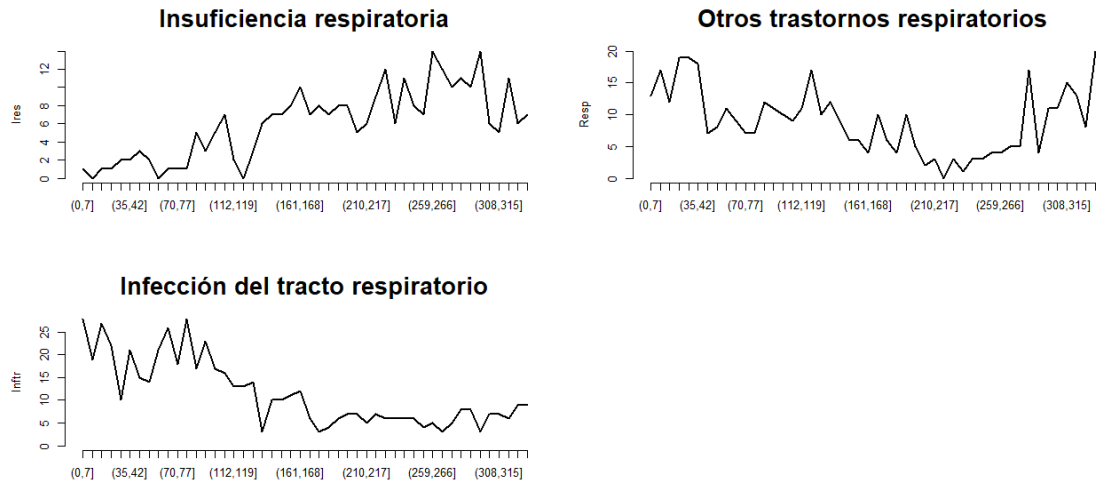
A.10- Ingresos semanales para diagnósticos donde se acepta la Poisson (d)



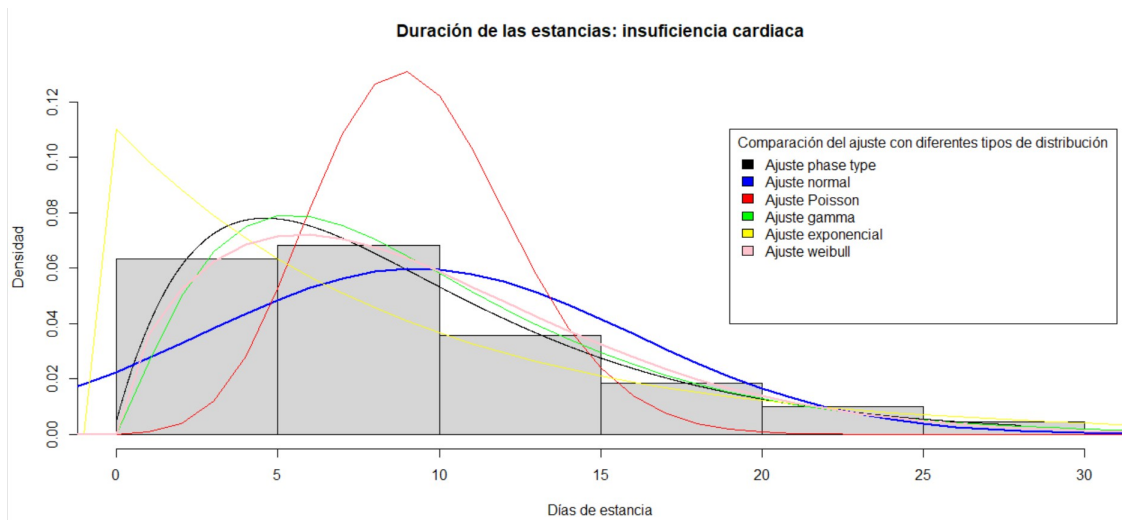
A.11- Ingresos semanales para diagnósticos con correlación secuencial (b)



A.12- Ingresos semanales para diagnósticos con correlación secuencial (c)



A.13: Gráfico de la duración de la estancia para casos de Insuficiencia cardiaca: histograma y distintos ajustes



A.14: Gráfico de la duración de la estancia para casos de Insuficiencia respiratoria: histograma y distintos ajustes

