**María Leyenda Rodríguez**

**Ejercicio 11:**

* **Programar una función en R para generar los valores de una variable aleatoria que sigue una distribución de Pareto.**

**Tendrá como entrada el número de valores a generar y los parámetros de la distribución de Pareto (α, β).**

* **Repetir 100 veces:**
* **Generar una secuencia de tamaño 1000 de la distribución de Pareto.**
* **Calcular el estadístico de Kolmogoroff-Smirnoff para la secuencia generada.**
* **Resolver los contrastes con un nivel de significación 5%**
* **Generar las variables aleatorias con la distribución de Pareto y dibujar la gráfica de su función de densidad.**

**Calcular la media de las observaciones para n=50, 100, 200, 2000, para comprobar la ley fuerte de los grandes números.**

**DENSIDAD DE PARETO**

**f(x) =**

**DISTRIBUCIÓN DE PARETO**

**SOLUCIÓN:**

Como la variable aleatoria que vamos a generar es continúa, pues sigue una distribución de Pareto que es continúa. Además está función de distribución tiene función explícita y es posible despejar x en la ecuación F(x)=u. Por tanto, para generar nuestra variable aleatoria usaremos el **método de inversión o de la transformación inversa.**

Este método está basado en el siguiente resultado teórico:

**Teorema de inversión:**

Sea X una variable una variable aleatoria con función de distribución F, continúa e invertible.

Entonces, la variable aleatoria U=F(X), transformada de la original mediante su propia distribución, tiene distribución uniforme en el intervalo (0,1).

Como consecuencia, si U tiene distribución uniforme en el intervalo (0,1), entonces la variable aleatoria tiene función de distribución F (la misma que X).

 Luego, el resultado anterior da pie al siguiente algoritmo genérico para simular cualquier variable continúa con función de distribución invertible:

1. **Generar** .

1. **Devolver** X =



 En primer lugar, hacemos X = para nuestro caso particular.

  **.**

En primer lugar, implementamos la distribución de Pareto y una función para generar los valores de una variable aleatoria con distribución de Pareto en R. Esta función tendrá como entrada el número de valores a generar y los parámetros α y β; como salida el vector de valores generados.

**IMPLEMENTACIÓN EN R:**

distpareto<-function(x)

{

alfa=3

beta=4

y<-1-(beta/x)^alfa

return(y)

}

**IMPLEMENTACIÓN EN R:**

 pareto<-function(n,alfa,beta)

{

x<-runif(n,0,1)

denominador<-(x-1)^alfa

x<-beta/denominador

return(x)

}

A continuación, implementaremos otra función para que nos calcule el estadístico de Kolmogoroff-Smirnoff de la secuencia generada.

**IMPLEMENTACIÓN:**

 TEST\_KS<-function(x,...)

 {

result <-ks.test(x,...)

 sal <-c(result$p.value,result$estadistic)

 return (sal)

 }

* Generamos una secuencia de tamaño 1000 de la distribución de pareto

**IMPLANTACIÓN EN R:**

n=1000

alfa=1

beta=1

K=100 #Repetimos 100 veces

x<-pareto(n\*K, alfa, beta)

x

dim(x)<-c(n, K) #x es una matriz de 100 columnas

* Calculamos el estadístico de Kolmogoroff-Smirnoff para la secuencia generada

**IMPLANTACIÓN EN R:**

res\_test<-apply(x,2,TEST\_KS,”distpareto”)

res\_test

#es una matriz de 2 filas y k columnas:

#en la primera fila están los p-valores de los k contrastes

#en la segunda fila están los k valores del estadístico del contraste

(vector\_pvalor<-res\_test[1,])

(vector\_estadístico<-res\_test[2,])

* Resolver los contrastes con un nivel de significación de 5%

**IMPLANTACIÓN EN R:**

rechazados<-vector\_pvalor[vector\_pvalor<0.05] #son los p-valores de los #contrastes

 rechazados # nos quedamos con los que se rechazan

* Estimar la probabilidad de que los estadísticos superen el valor crítico y el promedio de los estadísticos

La probabilidad de que los estadísticos superen el valor crítico es de 0.05

El promedio de los estadísticos es 0.02680

**IMPLANTACIÓN EN R:**

(pvalor\_estimado<-length(rechazados)/K)

 summary(vector\_estadístico)

* Generar las variables aleatorias con las distribución de Pareto y dibujar las gráficas de las funciones de densidad

**IMPLANTACIÓN EN R:**

 curve(ppareto(x,alfa,beta),axes=TRUE,-4,4,bty="l", ylab="Y", xlab="X", col=”green”)

 title(main="Función de distribución de pareto", col.main="green")

 curve(dpareto(x,alfa,beta),axes=TRUE,-4,4,bty="l",ylab="Y",xlab="X",col=green)

 title(main="Función de densidad de pareto", col.main="green")

* Calcular la media de las observaciones para comprobar empíricamente la ley de los grandes números

**IMPLANTACIÓN EN R: n=50**

 observaciones<-pareto(50,alfa,beta)

 mean(observaciones)

 Solución: 5.631688

**IMPLANTACIÓN EN R: n=100**

observaciones<-pareto(100,alfa,beta)

mean(observaciones)

Solución: 5.884621

**IMPLANTACIÓN EN R: n=200**

 observaciones<-pareto(200,alfa,beta)

 mean(observaciones)

 Solución: 6.079283

**IMPLANTACIÓN EN R: n=2000**

observaciones<-pareto(2000,alfa,beta)

mean(observaciones)

Solución: 6.008101



Por tanto, podemos afirmar que se verifica que:

 μ= E [], E []=6

,es decir, hemos probado empíricamente la ley de los grandes números.

**ANEXO:**

* FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PARETO

 

* ESPERANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA CON DISTRIBUCIÓN DE PARETO

