**María Leyenda Rodríguez**

**Ejercicio 11:**

* **Programar una función en R para generar los valores de una variable aleatoria que sigue una distribución de Pareto.**

**Tendrá como entrada el número de valores a generar y los parámetros de la distribución de Pareto (α, β).**

* **Repetir 100 veces:**
* **Generar una secuencia de tamaño 1000 de la distribución de Pareto.**
* **Calcular el estadístico de Kolmogoroff-Smirnoff para la secuencia generada.**
* **Resolver los contrastes con un nivel de significación 5%**
* **Generar las variables aleatorias con la distribución de Pareto y dibujar la gráfica de su función de densidad.**

**Calcular la media de las observaciones para n=50, 100, 200, 2000, para comprobar la ley fuerte de los grandes números.**

**DENSIDAD DE PARETO**

**f(x) =**



**DISTRIBUCIÓN DE PARETO**



**SOLUCIÓN:**

Como la variable aleatoria que vamos a generar es continúa, pues sigue una distribución de Pareto que es continúa. Además está función de distribución tiene función explícita y es posible despejar x en la ecuación F(x)=u. Por tanto, para generar nuestra variable aleatoria usaremos el **método de inversión o de la transformación inversa.**

Este método está basado en el siguiente resultado teórico:

**Teorema de inversión:**

Sea X una variable una variable aleatoria con función de distribución F, continúa e invertible.

Entonces, la variable aleatoria U=F(X), transformada de la original mediante su propia distribución, tiene distribución uniforme en el intervalo (0,1).

Como consecuencia, si U tiene distribución uniforme en el intervalo (0,1), entonces la variable aleatoria tiene función de distribución F (la misma que X).



Luego, el resultado anterior da pie al siguiente algoritmo genérico para simular cualquier variable continúa con función de distribución invertible:

1. **Generar** .



1. **Devolver** X =



En primer lugar, hacemos X = para nuestro caso particular.



**.**



En primer lugar, implementamos la distribución de Pareto y una función para generar los valores de una variable aleatoria con distribución de Pareto en R. Esta función tendrá como entrada el número de valores a generar y los parámetros α y β; como salida el vector de valores generados.

**IMPLEMENTACIÓN EN R:**

distpareto<-function(x)

{

alfa=3

beta=4

y<-1-(beta/x)^alfa

return(y)

}

**IMPLEMENTACIÓN EN R:**

pareto<-function(n,alfa,beta)

{

x<-runif(n,0,1)

denominador<-(x-1)^alfa

x<-beta/denominador

return(x)

}

A continuación, implementaremos otra función para que nos calcule el estadístico de Kolmogoroff-Smirnoff de la secuencia generada.

**IMPLEMENTACIÓN:**

TEST\_KS<-function(x,...)

{

result <-ks.test(x,...)

sal <-c(result$p.value,result$estadistic)

return (sal)

}

* Generamos una secuencia de tamaño 1000 de la distribución de pareto

**IMPLANTACIÓN EN R:**

n=1000

alfa=1

beta=1

K=100 #Repetimos 100 veces

x<-pareto(n\*K, alfa, beta)

x

dim(x)<-c(n, K) #x es una matriz de 100 columnas

* Calculamos el estadístico de Kolmogoroff-Smirnoff para la secuencia generada

**IMPLANTACIÓN EN R:**

res\_test<-apply(x,2,TEST\_KS,”distpareto”)

res\_test

#es una matriz de 2 filas y k columnas:

#en la primera fila están los p-valores de los k contrastes

#en la segunda fila están los k valores del estadístico del contraste

(vector\_pvalor<-res\_test[1,])

(vector\_estadístico<-res\_test[2,])

* Resolver los contrastes con un nivel de significación de 5%

**IMPLANTACIÓN EN R:**

rechazados<-vector\_pvalor[vector\_pvalor<0.05] #son los p-valores de los #contrastes

rechazados # nos quedamos con los que se rechazan

* Estimar la probabilidad de que los estadísticos superen el valor crítico y el promedio de los estadísticos

La probabilidad de que los estadísticos superen el valor crítico es de 0.05. Por tanto, es un buen generador de 100 rechazo 5.

El promedio de los estadísticos es 0.02680

**IMPLANTACIÓN EN R:**

(pvalor\_estimado<-length(rechazados)/K)

summary(vector\_estadístico)

* Generar las variables aleatorias con las distribución de Pareto y dibujar las gráficas de las funciones de densidad

**IMPLANTACIÓN EN R:**

curve(ppareto(x,alfa,beta),axes=TRUE,-4,4,bty="l", ylab="Y", xlab="X", col=”green”)

title(main="Función de distribución de pareto", col.main="green")



curve(dpareto(x,alfa,beta),axes=TRUE,-4,4,bty="l",ylab="Y",xlab="X",col=green)

title(main="Función de densidad de pareto", col.main="green")



* Calcular la media de las observaciones para comprobar empíricamente la ley de los grandes números

**IMPLANTACIÓN EN R: n=50**

observaciones<-pareto(50,alfa,beta)

mean(observaciones)

Solución: 5.631688

**IMPLANTACIÓN EN R: n=100**

observaciones<-pareto(100,alfa,beta)

mean(observaciones)

Solución: 5.884621

**IMPLANTACIÓN EN R: n=200**

observaciones<-pareto(200,alfa,beta)

mean(observaciones)

Solución: 6.079283

**IMPLANTACIÓN EN R: n=2000**

observaciones<-pareto(2000,alfa,beta)

mean(observaciones)

Solución: 6.008101



Por tanto, podemos afirmar que se verifica que:

μ= E [], E []=6



,es decir, hemos probado empíricamente la ley de los grandes números.

**ANEXO:**

* FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PARETO



* ESPERANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA CON DISTRIBUCIÓN DE PARETO

