

Análisis Multivariante
MANOVA con dos factores y
Análisis de la covarianza multidimensional

María Leyenda Rodríguez
Silvia Suárez Crespo

14 de mayo de 2009

Índice

1. Selección de datos	4
2. Caso práctico I	8
2.1. Modelo	8
2.2. Prueba de Box sobre la igualdad de las matrices de covarianzas	9
2.3. Contrastes multivariados	9
2.4. Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas error	11
2.5. Pruebas de los efectos inter-sujetos	12
2.6. Estimación de los parámetros e intervalos de confianza	13
2.7. Matriz SCPC inter-sujetos	15
2.8. Contraste de hipótesis personalizado (1)	15
2.9. Contraste de hipótesis personalizado (2)	17
2.10. Medias marginales estimadas	18
2.11. Pruebas post hoc	19
2.12. Gráficos de perfil	29
3. Caso práctico II	33
3.1. Modelo	33
3.2. Prueba de Box sobre la igualdad de las matrices de covarianzas	33
3.3. Contrastes multivariados	34
3.4. Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas error	35
3.5. Pruebas de los efectos inter-sujetos	36
3.6. Estimación de los parámetros e intervalos de confianza	37
3.7. Matriz SCPC inter-sujetos	39
3.8. Contraste de hipótesis personalizado (1)	39
3.9. Contraste de hipótesis personalizado (2)	41

3.10. Gráficos de perfil	41
4. Conclusiones finales	44

1. Selección de datos

Disponemos de datos sobre ochenta y nueve niños y niñas con edades comprendidas entre los siete y once años, de los cuales conocemos talla, el peso, el sexo, la edad y la calificación en educación física.

	Edad	Talla	Peso	Calificación
Niño	7	26	126	Sobresaliente
	7	34	132	Sobresaliente
	7	22	112	Bien
	7	30	132	Suficiente
	7	31	125	Notable
	7	30	127	Notable
	7	29	134	Bien
	7	39	136	Bien
	7	30	122	Bien
	7	30	128	Sobresaliente
	8	24	124	Bien
	8	35	134	Notable
	8	32	133	Bien
	8	37	132	Notable
	8	24	122	Sobresaliente
	8	32	137	Notable
	8	28	129	Notable
	9	34	137	Bien
	9	29	132	Bien
	9	52	150	Bien
	9	30	136	Sobresaliente
	9	35	143	Suficiente
	9	27	132	Notable
	9	28	132	Bien
	9	29	141	Sobresaliente
	9	41	141	Notable
	10	42	143	Notable
	10	38	142	Notable
	10	34	140	Notable
	10	38	137	Bien
10	67	153	Bien	

	Edad	Talla	Peso	Calificación
Niño	11	55	165	Notable
	11	45	154	Notable
	11	60	156	Sobresaliente
	11	49	140	Notable
	11	50	162	Sobresaliente
	11	50	153	Bien
	11	39	140	Bien
	11	47	144	Bien
	11	48	153	Notable
	11	45	151	Notable
	11	48	155	Sobresaliente
	11	58	157	Sobresaliente
	11	52	152	Sobresaliente
	Niña	7	27	122
7		20	113	Bien
7		24	125	Notable
7		24	120	Bien
7		21	116	Bien
7		41	138	Bien
7		27	120	Suficiente
7		29	124	Bien
7		25	130	Notable
7		36	130	Notable
7		30	130	Sobresaliente
8		36	134	Sobresaliente
8		30	141	Sobresaliente
8		29	130	Bien
8		29	128	Bien
9		34	135	Sobresaliente
9		34	140	Sobresaliente
9		40	158	Notable
9		41	139	Bien
10		36	143	Sobresaliente
10		33	142	Sobresaliente
10		36	142	Notable
10		27	128	Bien
10		42	139	Notable
10	25	136	Bien	

	Edad	Talla	Peso	Calificación
Niña	10	35	140	Bien
	10	32	141	Sobresaliente
	10	36	149	Sobresaliente
	10	30	145	Bien
	10	40	137	Bien
	11	49	147	Notable
	11	51	171	Notable
	11	55	154	Bien
	11	39	143	Notable
	11	65	154	Bien
	11	35	138	Notable
	11	39	153	Notable
	11	30	127	Bien
	11	35	151	Sobresaliente
	11	48	148	Notable
	11	55	154	Bien
	11	35	150	Sobresaliente
	11	39	147	Notable
11	36	144	Bien	

(Datos cedidos por el departamento de educación física del C.E.I.P FONTES)

Tenemos por tanto dos¹ factores, el sexo(dos niveles: niño y niña) y la edad(cinco niveles: 7,8,9,10,11 años).

FACTORES	VALORES	ETIQUETAS DE LOS VALORES	N
Sexo	1	Niño	44
	0	Niña	45
Edad	7	Segundo	21
	8	Tercero	11
	9	Cuarto	13
	10	Quinto	17
	11	Sexto	27

¹Notemos que la variable calificación será numérica, pues haremos la equivalencia APROBADO=5,BIEN=6,NOTABLE=7,SOBRESALIENTE=9.

Introducimos los datos anteriores en el programa SPSS. Para ello definiremos las variables de la siguiente forma:

Sexo	→	Variable nominal	→	Etiquetas:	Hombre(1) Mujer(2)
Edad	→	Variable nominal	→	Etiquetas:	Segundo(7) Tercero(8) Cuarto(9) Quinto(10) Sexto(11)
Talla	→	Variable numérica			
Calificación	→	Variable numérica			
Peso	→	Variable numérica			

Una vez introducidos los datos procederemos al análisis de los mismos. Centraremos nuestro estudio en dos casos, ambos utilizando en primer lugar un modelo MANOVA con dos factores y en segundo lugar un Análisis de la Covarianza Multidimensional con dos factores y una covariable:

1. Variables respuesta: peso,talla y calificación en educación física
Variables explicativas: edad y sexo (dos factores)

Variables respuesta: peso y talla
2. Variables explicativas: edad,sexo y calificación en educación física
(dos factores y una covariable)

2. Caso práctico I

2.1. Modelo

Se trata de un modelo de Análisis de la Varianza Multidimensional con dos factores(MANOVA), definido por la siguiente distribución de las variables:

VARIABLES RESPUESTA → Peso,talla y calificación en educación física
VARIABLES EXPLICATIVAS → Edad y sexo

En este MANOVA de dos factores tenemos tres variables dependientes(es decir, una variable dependiente de dimensión tres), cinco grupos del factor A y dos grupos del factor B. El modelo a estimar toma la siguiente expresión:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + U_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5, j = 1, 2$$

con U_{ijk} i.i.d $N_2(0, \Sigma)$, $k = 89$ y además:

- μ es la media general
- α_i es el efecto principal del nivel i del factor A (edad)
- β_j es el efecto principal del nivel j del factor B (sexo)
- $(\alpha\beta)_{ij}$ el el efecto iteracción entre los niveles i y j

En MANOVA con dos factores se mantienen las hipótesis de poblaciones con distribución normal multivariante (NORMALIDAD multivariante), e igual matriz de covarianzas para cada combinación de niveles de los dos factores (HOMOGENEIDAD).

En las secciones siguientes procederemos a comentar todas las salidas del SPSS y contrastaremos tres hipótesis: la influencia del factor A, la influencia del factor B y la influencia

de la interacción.

Comenzaremos con el contraste sobre la igualdad de matrices de covarianzas.

2.2. Prueba de Box sobre la igualdad de las matrices de covarianzas

Comencemos con la validación del modelo. Dicha prueba contrasta la hipótesis nula de que las matrices de covarianza observadas de las variables dependientes son iguales en todos los grupos.

La tabla obtenida es la siguiente:

M de Box	351.323
F	5.026
gl1	54
gl2	1933.899
Sig	0

Dado que el coeficiente de significación es 0, se rechaza la hipótesis nula, es decir, las matrices de covarianza observadas de las variables dependientes no son iguales en todos los grupos. Es decir, falla la hipótesis de HOMOGENEIDAD en nuestro modelo.

2.3. Contrastes multivariados

Con este tipo de contrastes verificamos si las variables independientes afectan a las dependientes de forma conjunta.

Si se viola el supuesto de homogeneidad, que es nuestro caso, lo más adecuado para este tipo de contrastes es elegir la prueba de la traza de Pillai. Pese a todo, a continuación obtenemos los datos que nos ofrece el SPSS con respecto a cuatro criterios: la Traza de Pillai, la Lambda de Wilks (basado en el principio de Razón de Verosimilitud), la Traza de Hotelling (extensión de la T-student univariante) y la Raíz mayor de Roy (basada en el Principio de la Unión-Intersección).

Si denotamos E_H la matriz de la suma de cuadrados y productos cruzados del factor (SCPCF) y E la matriz de la suma de cuadrados y productos cruzados residual (SCPCR), tenemos que el estadístico Λ de Wilks se define:

$$\Lambda = \frac{\det(E)}{\det(E_H)}$$

cuya distribución es conocida.

Las hipótesis a contrastar serán las siguientes:

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre el factor A (edad)

$$H_0 : \quad \alpha_i = 0$$

$$H_1 : \text{ no todas las } \alpha_i \text{ son } 0$$

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre el factor B (sexo)

$$H_0 : \quad \beta_j = 0$$

$$H_1 : \text{ no todas los } \beta_j \text{ son } 0$$

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre el la interacción A*B

$$H_0 : \quad (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$H_1 : \text{ no todas los } (\alpha\beta)_{ij} \text{ son } 0$$

Las tablas que obtenemos en el SPSS se pueden resumir en la siguiente:

Efecto		Valor	Sig.	Eta ² parcial
Término.independiente	Traza de Pillai	0.998	0	0.998
	Lambda de Wilks	0.002	0	0.998
	Traza de Hotelling	440.046	0	0.998
	Raíz mayor de Roy	440.046	0	0.998
Edad	Traza de Pillai	0.715	0	0.238
	Lambda de Wilks	0.311	0	0.322
	Traza de Hotelling	2.130	0	0.415
	Raíz mayor de Roy	2.090	0	0.676
Sexo	Traza de Pillai	0.046	0.303	0.046
	Lambda de Wilks	0.954	0.303	0.046
	Traza de Hotelling	0.048	0.303	0.046
	Raíz mayor de Roy	0.048	0.303	0.046
Edad*Sexo	Traza de Pillai	0.151	0.408	0.050
	Lambda de Wilks	0.855	0.418	0.051
	Traza de Hotelling	0.162	0.429	0.051
	Raíz mayor de Roy	0.100	0.106	0.091

Vemos que el término independiente y la edad son significativos, mientras que el sexo y la interacción no lo son. Por tanto los dos primeros afectan al modelo (explican un 99.8 % y 32.2 % respectivamente, si utilizamos el estadístico Lambda de Wilks) mientras que los dos restante apenas tienen importancia (tan sólo explican un 4.6 % y un 5.1 % respectivamente).

2.4. Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas error

En este caso, contrastamos la hipótesis nula de que la varianza error de la variable dependiente es igual a lo largo de todos los grupos.

	F	gl1	gl2	Sig
peso	2.720	9	79	0.008
talla	0.598	9	79	0.795
calificación	3.731	9	79	0.001

Obtenemos que los coeficientes de significación asociados al peso y a la calificación son significativos (es decir, son menores que 0,05), por lo que rechazamos la hipótesis nula, luego la varianza no es igual en todos los grupos. Sin embargo, la varianza de error de la talla

sí es igual en todos los grupos, pues el coeficiente es no significativo, luego aceptamos la hipótesis nula.

2.5. Pruebas de los efectos inter-sujetos

Con esta prueba lo que haremos será comprobar cómo explican cada una de las variables independientes a las variables dependientes de forma individual.

Podemos resumir las tablas que obtenemos con la salida del SPSS en la siguiente:

Origen	Variable respuesta	Sig	Porcentaje explicado del modelo
Término independiente	Peso	0	95.9
	Talla	0	99.7
	Calificación	0	41.7
Edad	Peso	0	53.2
	Talla	0	66.4
	Calificación	0.645	0.031
Sexo	Peso	0.084	0.037
	Talla	0.470	0.007
	Calificación	0.488	0.006
Edad*Sexo	Peso	0.172	0.077
	Talla	0.728	0.025
	Calificación	0.494	0.042

Obtenemos las siguientes conclusiones:

- El término independiente es significativo para el peso, la talla y la calificación, explicando un 95.9 %, 99.7 % y 41.7 % respectivamente.
- La edad es significativa en el peso y la talla, explicando un 53.2 % y 66.4 % respectivamente. Sin embargo no influye en la calificación, de la que explica tan sólo un 3.1 %.
- El sexo no es significativo para explicar ninguna de las variables dependientes.
- La interacción tampoco es significativa para explicar ninguna de las variables dependientes.

2.6. Estimación de los parámetros e intervalos de confianza

En este apartado daremos las estimaciones de los parámetros influyendo en cada una de las variables dependientes. Así como otras características, este estudio incluye los intervalos de confianza para los distintos parámetros.

Las tablas obtenidas son las siguientes:

Variable dependiente	Parámetro	Estimación	Significativo	Intervalo de confianza(95%)	
				Lím. inferior	Lím. superior
Peso	Término ind.	49.769	SI	45.828	53.711
	Edad=7	-19.669	SI	-25.647	-13.691
	Edad=8	-19.484	SI	-26.146	-12.821
	Edad=9	-15.880	SI	-22.043	-9.718
	Edad=10	-5.969	NO	-13.448	1.51
	Edad=11	0	NO		
	Sexo=0	-6.126	SI	-11.6	-6.52
	Sexo=1	0	NO		
	[Edad=7]*[Sexo=0]	2.754	NO	-5.524	11.031
	[Edad=7]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=8]*[Sexo=0]	6.841	NO	-3.615	17.296
	[Edad=8]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=9]*[Sexo=0]	9.487	NO	-0.656	19.631
	[Edad=9]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=10]*[Sexo=0]	-3.090	NO	-12.428	6.247
[Edad=10]*[Sexo=1]	0	NO			
[Edad=11]*[Sexo=0]	0	NO			
[Edad=11]*[Sexo=1]	0	NO			
Talla	Término ind.	1.525	SI	45.828	53.711
	Edad=7	-0.251	SI	-0.310	-0.191
	Edad=8	-0.223	SI	-0.289	-0.157
	Edad=9	-0.142	SI	-0.204	-0.081
	Edad=10	-0.095	SI	-0.169	-0.02
	Edad=11	0	NO		
	Sexo=0	-0.038	NO	-0.093	0.016
	Sexo=1	0	NO		

Variable	Parámetro	Estimación	Significativo	Intervalo de confianza(95 %)	
Talla	[Edad=7]*[Sexo=0]	0.008	NO	-0.075	0.09
	[Edad=7]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=8]*[Sexo=0]	0.069	NO	-0.035	0.173
	[Edad=8]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=9]*[Sexo=0]	0.036	NO	-0.065	0.137
	[Edad=9]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=10]*[Sexo=0]	0.017	NO	-0.076	0.11
	[Edad=10]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=11]*[Sexo=0]	0	NO		
	[Edad=11]*[Sexo=1]	0	NO		
Calificación	Término ind.	8.038	SI	2.794	13.283
	Edad=7	7.762	SI	-0.193	15.716
	Edad=8	-0.396	NO	-9.261	8.47
	Edad=9	-0.927	NO	-9.127	7.273
	Edad=10	-0.838	NO	-10.790	9.113
	Edad=11	0	NO		
	Sexo=0	-0.646	NO	-7.929	6.638
	Sexo=1	0	NO		
	[Edad=7]*[Sexo=0]	-8.109	NO	-19.124	2.906
	[Edad=7]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=8]*[Sexo=0]	7.53	NO	-13.159	14.665
	[Edad=8]*[Sexo=1]	0	NO	-11.713	15.282
	[Edad=9]*[Sexo=0]	1.784	NO		
	[Edad=9]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=10]*[Sexo=0]	1.029	NO	-11.396	13.454
	[Edad=10]*[Sexo=1]	0	NO		
[Edad=11]*[Sexo=0]	0	NO			
[Edad=11]*[Sexo=1]	0	NO			

Como conclusiones podemos extraer que la categoría «edad=11» (sexto) es redundante en el análisis de todas las variables dependientes, y también las correspondientes interacciones de dicha categoría con cualquier otra del factor sexo. De igual forma, la categoría «sexo=1» (niño) es redundante, y por tanto sus correspondientes interacciones. Esto será de interés posteriormente, ya que se omitirán dichas categorías en próximos estudios.

A mayores, podemos observar que la categoría «edad=10» no es significativo en la explicación de la variable peso.

Tampoco es significativa ninguna interacción entre las categorías de la edad y el sexo para cualquiera de las variables dependientes.

El sexo tan sólo es significativo para la variable dependiente peso.

Para la calificación ningún parámetro es significativo, salvo el término independiente.

2.7. Matriz SCPC inter-sujetos

En la siguiente tabla aparecen en primer lugar las matrices SCPCF (E_H) y en último lugar la matriz SCPCR (E):

			Peso	Talla	Calificación
Hipótesis	Término Indep.	Peso	94696.149	3610.047	21982.910
		Talla	3610.047	137.624	838.042
		Calificación	21982.910	838.042	5103.146
Edad	Peso	4574.375	59.639	-703.147	
	Talla	59.639	0.788	-10.256	
	Calificación	-703.147	-10.256	226.305	
Sexo	Peso	155.707	0.644	82.646	
	Talla	0.644	0.003	0.342	
	Calificación	82.646	0.342	43.867	
Edad*Sexo	Peso	334.801	1.217	4.314	
	Talla	1.217	0.010	0.622	
	Calificación	4.314	0.622	309.294	
Error	Peso	4027.388	26.218	270.608	
	Talla	26.218	0.399	5.708	
	Calificación	270.608	5.708	7130.610	

2.8. Contraste de hipótesis personalizado (1)

Contrastaremos las diferencias entre las medias de los niveles de los factores. En este contraste compararemos, con respecto al peso, la talla y la calificación, la media de cada nivel de edad respecto a la media total del factor edad.

Obtenemos los siguientes resultados:

Contraste de desviación edad		Variable...		
		peso	talla	calificación
Nivel 1 vs media	Estimación	-7.691	-0.118	3.041
	Valor hip.	0	0	0
	Diferencia(est-hip)	-7.691	-0.118	3.041
	Error típ.	1.470	0.015	1.956
	Sig.	0	0	0.124
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-10.618	-0.147
	Lím. sup.	-4.765	-0.088	6.935
Nivel 2 vs media	Estimación	-5.462	-0.059	-0.685
	Valor hip.	0	0	0
	Diferencia(est-hip)	-5.462	-0.059	-0.685
	Error típ.	1.925	0.019	2.562
	Sig.	0.006	0.003	0.790
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-9.294	-0.098
	Lím. sup.	-1.630	-0.021	6.414
Nivel 3 vs media	Estimación	-0.535	-0.005	-0.701
	Valor hip.	0	0	0
	Diferencia(est-hip)	-0.535	-0.005	-0.701
	Error típ.	1.861	0.019	2.476
	Sig.	0.006	0.800	0.778
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-4.239	-0.032
	Lím. sup.	3.169	0.042	4.228
Nivel 4 vs media	Estimación	3.087	0.043	-0.990
	Valor hip.	0	0	0
	Diferencia(est-hip)	3.087	-0.043	-0.990
	Error típ.	1.694	0.017	2.254
	Sig.	0.072	0.012	0.662
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-0.284	-0.010
	Lím. sup.	6.458	-0.077	3.496

Notemos que se omite la categoría 5º, es decir, «edad=11», debido a que ya habíamos visto antes que era redundante.

Fijándonos en el coeficiente de significación (si es significativo diremos que existe diferencia significativa entre las medias de los niveles respecto a la media general del factor y serán menores que ella si el intervalo es negativo y mayores si el intervalo es positivo) o en si el

intervalo de confianza contiene al cero o no (en caso de que lo contenga diremos que no existe diferencia significativa entre la media general y la media del nivel correspondiente) concluimos que:

- Si comparamos la media del alumnado de segundo respecto a la media del factor edad para las variables peso y talla obtenemos que es más pequeña que la media. Análogamente para tercero.
- Sin embargo, no existe diferencia significativa entre la media del nivel «cuarto» con respecto a la media general del factor edad para el peso y talla.
- Si comparamos la media del alumnado de quinto respecto a la media del factor edad para la variable dependiente peso no obtenemos diferencia significativa, y lo mismo ocurre para la talla.
- Por último decir que si comparamos la media de cualquiera de los niveles del factor edad con la media general para la variable dependiente calificación no obtenemos diferencia significativa entre ellas.

2.9. Contraste de hipótesis personalizado (2)

En este contraste compararemos la media de cada nivel del factor sexo respecto a la media total de dicho factor para cada una de las variables dependientes.

Obtenemos los siguientes resultados:

Contraste de desviación sexo		Variable...		
		peso	talla	calificación
Nivel 1 vs media	Estimación	-1.464	-0.006	-0.777
	Valor hip.	0	0	0
	Diferencia(est-hip)	-1.464	-0.006	-0.777
	Error típ.	0.838	0.008	1.115
	Sig.	0.084	0.470	0.488
Int. de conf. al 95 % para la dif.	Lím. inf.	-3.131	-0.023	-2.996
	Lím. sup.	0.203	0.011	1.442

Como vemos, se omite la categoría 2, es decir, «sexo=1»(niño) por ser redundante.

En este caso concluimos que si comparamos las medias de cada nivel del factor sexo (en este caso tan sólo para el nivel «niña») respecto a la media total del factor para las variables dependientes peso, talla y calificación obtenemos que no existe diferencia significativa entre ellas para ninguna de las variables respuesta.

2.10. Medias marginales estimadas

En este apartado estimaremos las medias marginales, es decir, las medias de cada nivel de los factores respecto a cada una de las variables dependientes.

Calculamos el valor de la media, su error típico, el límite inferior y el límite superior (intervalo de confianza del 95 %).

EDAD

Var.dep.	edad	Int.conf.95 %			
		media	error típ.	Lím.inf	Lím.sup
peso	segundo	28.414	1.560	25.309	31.518
	tercero	30.643	2.238	26.189	35.097
	cuarto	35.569	2.145	31.299	39.840
	quinto	39.192	1.900	35.409	42.974
	sexto	46.706	1.375	43.969	49.443
talla	segundo	1.259	0.016	1.228	1.290
	tercero	1.317	0.022	1.273	1.361
	cuarto	1.381	0.021	1.339	1.424
	quinto	1.420	0.019	1.382	1.457
	sexto	1.506	0.014	1.478	1.533
calificación	segundo	11.423	2.076	7.291	15.554
	tercero	7.696	2.977	1.770	13.623
	cuarto	7.681	2.855	1.999	13.362
	quinto	7.392	2.529	2.359	12.425
	sexto	7.716	1.830	4.074	11.357

SEXO

Var.dep.	sexo			Int.conf.95 %	
		media	error típ.	Lím.inf	Lím.sup
peso	niña	34.641	1.233	32.186	37.095
	niño	37.569	1.134	35.311	39.826
talla	niña	1.370	0.012	1.346	1.395
	niño	1.382	0.011	1.360	1.405
calificación	niña	7.604	1.641	4.338	10.870
	niño	9.158	1.509	6.154	12.163

2.11. Pruebas post hoc

Una vez que se ha determinado que hay diferencias entre las medias (en la edad), las pruebas de rango post hoc y las comparaciones pueden determinar qué medias difieren. Se realizan las comparaciones para aquellos efectos significativos con la opción de asumir o no igualdad de varianzas.

						Int.Conf		
Var.dep		(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup
peso	Scheffe	segundo	tercero	-2.21	2.657	0.952	-10.59	6.17
			cuarto	-6.59	2.520	0.156	-14.54	1.36
			quinto	-8.96	2.329	0.008	-16.31	-1.61
			sexto	-18.26	2.077	0.000	-24.81	-11.71
		tercero	segundo	2.21	2.657	0.952	-6.17	10.59
			cuarto	-4.38	2.925	0.692	-13.60	4.85
			quinto	-6.75	2.763	0.213	-15.46	1.97
			sexto	-16.05	2.554	0.000	-24.10	-7.99
		cuarto	segundo	6.59	2.520	0.156	-1.36	14.54
			tercero	4.38	2.925	0.692	-4.85	13.60
			quinto	-2.37	2.631	0.936	-10.67	5.93
			sexto	-11.67	2.410	0.000	-19.27	-4.07
		quinto	segundo	8.96	2.329	0.008	1.61	16.31
			tercero	6.75	2.763	0.213	-1.97	15.46
			cuarto	2.37	2.631	0.936	-5.93	10.67
			sexto	-9.30	2.211	0.003	-16.27	-2.33

						Int.Conf		
Var.dep	(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup	
peso		sexto	segundo	18.26	2.077	0.000	11.71	24.81
			tercero	16.05	2.554	0.000	7.99	24.10
			cuarto	11.67	2.410	0.000	4.07	19.27
			quinto	9.30	2.211	0.003	2.33	16.27
	DMS	segundo	tercero	-2.21	2.657	0.408	-7.50	3.08
			cuarto	-4.38	2.925	0.138	-11.61	-1.57
			quinto	-6.75	2.763	0.017	-13.60	-4.32
			sexto	-18.26	2.077	0.000	-22.39	-14.12
		tercero	segundo	2.21	2.657	0.408	-3.08	7.50
			cuarto	-4.38	2.925	0.138	-10.20	1.44
	quinto		-6.75	2.763	0.017	-12.25	-1.25	
	sexto		-16.05	2.554	0.000	-21.13	-10.96	
	cuarto	segundo	6.59	2.520	0.011	1.57	11.61	
		tercero	4.38	2.925	0.138	-1.44	10.20	
		quinto	-2.37	2.631	0.370	-7.61	2.87	
		sexto	-11.67	2.410	0.000	-16.47	-6.87	
	quinto	segundo	8.96	2.329	0.000	4.32	13.60	
		tercero	6.75	2.763	0.017	1.25	12.25	
cuarto		2.37	2.631	0.370	-2.87	7.61		
sexto		-9.30	2.211	0.000	-13.70	-4.90		
sexto	segundo	18.26	2.077	0.000	14.12	22.39		
	tercero	16.05	2.554	0.000	10.96	21.13		
	cuarto	11.67	2.410	0.000	6.87	16.47		
	quinto	9.30	2.211	0.000	4.90	13.70		
Bonferroni	segundo	tercero	-2.21	2.657	1.000	-9.89	5.46	
		cuarto	-6.59	2.520	0.107	-13.87	0.69	
		quinto	-8.96	2.329	0.002	-15.69	-2.23	
		sexto	-18.26	2.077	0.000	-24.26	-12.26	
	tercero	segundo	2.21	2.657	1.000	-5.46	9.89	
		cuarto	-4.38	2.925	1.000	-12.83	4.07	
		quinto	-6.75	2.763	0.168	-14.73	1.23	
		sexto	-16.05	2.554	0.000	-23.42	-8.67	

						Int.Conf		
Var.dep	(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup	
		cuarto	segundo	6.59	2.520	0.107	-0.69	13.87
			tercero	4.38	2.925	1.000	-4.07	12.83
			quinto	-2.37	2.631	1.000	-9.97	5.23
			sexto	-11.67	2.410	0.000	-18.63	-4.71
		quinto	segundo	8.96	2.329	0.002	2.23	15.69
			tercero	4.38	2.925	1.000	-1.23	14.73
			cuarto	2.37	2.631	1.000	-5.23	9.97
			sexto	-9.30	2.211	0.001	-15.68	-2.91
		sexto	segundo	18.26	2.077	0.000	12.26	24.26
			tercero	16.05	2.554	0.000	8.67	23.42
			cuarto	11.67	2.410	0.000	4.71	18.63
			quinto	9.30	2.211	0.001	2.91	15.68
talla	Sheffe	segundo	tercero	-0.0546	0.02645	0.379	-0.1381	0.0288
			cuarto	-0.1234	0.02508	0.000	-0.2025	-0.0443
			quinto	-0.1572	0.2318	0.000	-0.2303	-0.0841
			sexto	-0.2467	0.02068	0.000	-0.3119	-0.1815
		tercero	segundo	0.0546	0.02645	0.379	-0.0288	0.1381
			cuarto	-0.0688	0.02911	0.243	-0.1606	0.0230
			quinto	-0.1026	0.02750	0.011	-0.1893	-0.0158
			sexto	-0.1921	0.02542	0.000	-0.2723	-0.1119
		cuarto	segundo	0.1234	0.02508	0.000	0.0443	0.2025
			tercero	0.0688	0.02911	0.243	-0.0230	0.1606
			quinto	-0.0338	0.02618	0.797	-0.1163	0.0488
			sexto	-0.1233	0.02399	0.000	-0.1989	-0.0476
		quinto	segundo	0.1572	0.02318	0.000	0.0841	0.2303
			tercero	0.1026	0.02750	0.011	0.0158	0.1893
			cuarto	0.0338	0.02618	0.797	-0.0488	0.1163
			sexto	-0.0895	0.02200	0.004	-0.1589	-0.0201
		sexto	segundo	0.2467	0.02068	0.000	0.1815	0.3119
			tercero	0.1921	0.02542	0.000	0.1119	0.2723
			cuarto	0.1233	0.02399	0.000	0.0476	0.1989
			quinto	0.0895	0.02200	0.004	0.0201	0.1589

						Int.Conf		
Var.dep	(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup	
talla	DMS	segundo	tercero	-0.0546	0.02645	0.042	-0.1073	-0.0020
			cuarto	-0.1234	0.02508	0.000	-0.1734	-0.0735
			quinto	-0.1572	0.02318	0.000	-0.2033	-0.1111
			sexto	-0.2467	0.02068	0.000	-0.2879	-0.2056
		tercero	segundo	0.0546	0.02645	0.042	0.0020	0.1073
			cuarto	-0.0688	0.02911	0.021	-0.1268	-0.0109
	quinto		-0.1026	0.02750	0.000	-0.1573	-0.0478	
	sexto		-0.1921	0.02542	0.000	-0.2427	-0.1415	
	cuarto	segundo	0.1234	0.02508	0.000	0.0735	0.1734	
		tercero	0.0688	0.02911	0.021	0.0109	0.1268	
		quinto	-0.0338	0.02618	0.201	-0.0859	0.0184	
		sexto	-0.1233	0.02399	0.000	-0.1710	-0.0755	
	quinto	segundo	0.1572	0.02318	0.000	0.1111	0.2033	
		tercero	0.1026	0.02750	0.000	0.0478	0.1573	
		cuarto	0.0338	0.02618	0.201	-0.0184	0.0859	
		sexto	-0.0895	0.02200	0.000	-0.1333	-0.0457	
	sexto	segundo	0.2467	0.02068	0.000	0.2056	0.2879	
		tercero	0.1921	0.02542	0.000	0.1415	0.2427	
cuarto		0.1233	0.02399	0.000	0.0755	0.1710		
quinto		0.0895	0.02200	0.000	0.0457	0.1333		
Bonferroni	segundo	tercero	-0.0546	0.02645	0.422	-0.1310	0.0218	
		cuarto	-0.1234	0.02508	0.000	-0.1959	-0.0510	
		quinto	-0.1572	0.02318	0.000	-0.2242	-0.0902	
		sexto	-0.2467	0.02068	0.000	-0.3064	-0.1870	
	tercero	segundo	0.0546	0.02645	0.422	-0.0218	0.1310	
		cuarto	-0.0688	0.2911	0.206	-0.1529	0.0153	
		quinto	-0.1026	0.02750	0.004	-0.1820	-0.0232	
		sexto	-0.1921	0.02542	0.000	-0.2655	-0.1187	
	cuarto	segundo	0-1234	0.02508	0.000	0.0510	0.1959	
		tercero	0.0688	0.02911	0.206	-0.0153	0.1529	
		quinto	-0.0338	0.02618	1.000	-0.1094	0.0419	
		sexto	-0.1921	0.02542	0.000	-0.1926	-0.0540	

						Int.Conf		
Var.dep		(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup
		quinto	segundo	0.1572	0.02318	0.000	0.0902	0.2242
			tercero	0.1026	0.02750	0.004	0.0232	0.1820
			cuarto	0.0338	0.02618	1.000	-0.0419	0.1094
			sexto	-0.0895	0.02200	0.001	-0.1531	-0.0260
		sexto	segundo	0.2467	0.02068	0.000	0.1870	0.3064
			tercero	0.1921	0.02542	0.000	0.1187	0.2655
			cuarto	0.1233	0.02399	0.000	0.0540	0.1926
			quinto	0.0895	0.02200	0.001	0.0260	0.1531
calificación	Scheffe	segundo	tercero	3.5325	3.53605	0.909	-7.6212	14.6862
			cuarto	3.7527	3.35280	0.868	-6.8229	14.3284
			quinto	3.7437	3.09961	0.833	-6.0333	13.5207
			sexto	3.5106	2.76426	0.806	-5.2087	12.2298
		tercero	segundo	-3.5325	3.53605	0.909	-14.6862	7.6212
			cuarto	0.2203	3.89213	1.000	-12.0566	12.4971
			quinto	0.2112	3.67628	1.000	-11.3848	11.8072
			sexto	-0.0219	3.39831	1.000	-10.7411	10.6973
		cuarto	segundo	-3.7527	3.35280	0.868	-14.3284	6.8229
			tercero	-0.2203	3.89213	1.000	-12.4971	12.0566
			quinto	-0.0090	3.50037	1.000	-11.0502	11.0321
			sexto	-0.2422	3.20720	1.000	-10.3586	9.8742
	quinto	segundo	-3.7437	3.09961	0.833	-13.5207	6.0333	
		tercero	-0.2112	3.67628	1.000	-11.8072	11.3848	
		cuarto	0.0090	3.50037	1.000	-11.0321	11.0502	
		sexto	-0.2331	2.94151	1.000	-9.5114	9.0452	
	sexto	segundo	-3.5106	2.76426	0.806	-12.2298	5.2087	
		tercero	0.0219	3.39831	1.000	-10.6973	10.7411	
		cuarto	0.2422	3.20720	1.000	-9.8742	10.3586	
		quinto	0.2331	2.94151	1.000	-9.0452	9.5114	
	DMS	segundo	tercero	3.5325	3.53605	0.321	-3.5059	10.5708
			cuarto	3.7527	3.35280	0.266	-2.9208	10.4263
			quinto	3.7437	3.09961	0.231	-2.4259	9.9133
			sexto	3.5106	2.76426	0.208	-1.9915	9.0127

						Int.Conf		
Var.dep	(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup	
calif.		tercero	segundo	-3.5325	3.53605	0.321	-10.5708	3.5059
			cuarto	0.2203	3.89213	0.955	-7.5268	7.9674
			quinto	0.2112	3.67628	0.954	-7.1062	7.5287
			sexto	-0.0219	3.39831	0.995	-6.7861	6.7423
		cuarto	segundo	-3.7527	3.35280	0.266	-10.4263	2.9208
			tercero	-0.2203	3.89213	0,955	-7.9674	7.5268
			quinto	-0.0090	3.50037	0.008	-6.9764	6.9583
			sexto	-0.2422	3.20720	0.940	-6.6259	6.1416
		quinto	segundo	-3.74376	3.09961	0.231	-9.9133	2.4259
			tercero	-0.2112	3.67628	0.954	-7.5287	7.1062
			cuarto	0.0090	3.50037	0.998	-6.9583	6.9764
			sexto	-0.2331	2.94151	0.937	-6.0880	5.6218
	sexto	segundo	-3.5106	2.76426	0.208	-9.0127	1.9915	
		tercero	0.0219	3.39831	0.995	-6.7423	6.7861	
		cuarto	0.2422	3.20720	0.940	-6.1416	6.6259	
		quinto	0.2331	2.94151	0.937	-5.6218	6.0880	
	Bonferroni	segundo	tercero	3.5325	3.53605	1.000	-6.6797	13.7446
			cuarto	3.7527	3.3280	1.000	-5.9302	13.4357
			quinto	3.7437	3.09961	1.000	-5.2080	12.6954
			sexto	3.5106	2.76426	1.000	-4.4726	11.4938
tercero		segundo	-3.5325	3.53605	1.000	-13.7446	6.6797	
		cuarto	0.2203	3.89213	1.000	-11.0202	11.4608	
		quinto	0.2112	3.67628	1.000	-10.4059	10-8284	
		sexto	-0.0219	3.39831	1.000	-9.8362	9.7925	
cuarto		segundo	-3.7527	3.35280	1.000	-13.4357	5.9302	
		tercero	-0.2203	3.89213	1.000	-11.4608	11.0202	
		quinto	-0.0090	3.50037	1.000	-10.1182	10.1001	
		sexto	-0.2422	3.20720	1.000	-9.5046	9.0203	
quinto	segundo	-3.7437	3.09961	1.000	-12.6954	5.2080		
	tercero	-0.2112	3.67628	1.000	-10.8284	10.4059		
	cuarto	0.0090	3.50037	1.000	-10.1001	10.1182		
	sexto	-0.2331	2.94151	1.000	-8.7282	8.2620		

						Int.Conf	
Var.dep	(I)Edad	(J)Edad	Dif.Med.(I-J)	Er.típ.	Sig.	Lím.inf.	Lím.Sup
calif.	sexto	segundo	-3.5106	2.76426	1.000	-11.4938	4.4726
		tercero	0.0219	3.39831	1.000	-9.7925	9.8362
		cuarto	0.2422	3.20720	1.000	-9.0203	9.5046
		quinto	0.2331	2.94151	1.000	-8.2620	8.7282

Procedamos ahora a la interpretación de las tablas anteriores. Utilizando el método de **Scheffe** obtenemos las siguientes conclusiones:

- Con respecto al peso, entre la media del alumnado de segundo y las de tercero y cuarto no existe diferencia significativa. En cambio, la media del alumnado de segundo sí es menor que la de quinto y sexto.
- Entre la talla en media del alumnado de segundo y la del alumnado de tercero no hay diferencia significativa. En cambio, la talla del alumnado de segundo sí es menor que la del alumnado de tercero, quinto y sexto.
- Entre el peso en media del alumnado de tercero y la del alumnado de segundo, cuarto y quinto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de tercero es menor que el de sexto.
- En la talla en media del alumnado de tercero respecto a la del alumnado de segundo y cuarto no hay diferencia significativa. En cambio, la talla del alumnado de tercero es menor que la de quinto y sexto.
- Entre el peso en media del alumnado de cuarto y la del alumnado de segundo, tercero y quinto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de cuarto sí es menor que el de sexto.
- Entre la talla en media del alumnado de cuarto y la de tercero y quinto no hay diferencia significativa. En cambio, la talla del alumnado de cuarto es mayor que la del alumnado de segundo y menor que la de sexto.
- Entre el peso en media del alumnado de quinto y el de tercero y cuarto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de quinto sí es mayor que el del alumnado de segundo y es menor que el del alumnado de sexto.
- Entre la talla en media del alumnado de quinto y la del alumnado de cuarto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de quinto sí es mayor que el del alumnado de segundo y tercero y es menor que el del alumnado de sexto.

- El peso en media del alumnado de sexto respecto al de segundo, tercero, cuarto y quinto es mayor.
- La talla en media del alumnado de sexto respecto a la del alumnado de segundo, tercero, cuarto y quinto es mayor.
- No existe diferencia significativa en la calificación en media de los distintos cursos.

Así mismo, este método nos clasifica los niveles en subconjuntos homogéneos, siendo éstos los siguientes:

SUBCONJUNTOS HOMOGÉNEOS(PESO)

		Subconjunto		
edad	N	1	2	3
Scheffe	segundo	21	28.33	
	tercero	11	30.55	30.55
	cuarto	13	34.92	34.92
	quinto	17		37.29
	sexto	27		46.59
	Sig.		0.156	0.138
				1.000

SUBCONJUNTOS HOMOGÉNEOS(TALLA)

		Subconjunto			
edad	N	1	2	3	4
Scheffe	segundo	21	1.2581		
	tercero	11	1.3127	1.3127	
	cuarto	13		1.3815	1.3815
	quinto	17			1.4153
	sexto	27			1.5048
	Sig.		0.323	0.122	0.770
					1.000

SUBCONJUNTOS HOMOGÉNEOS(CALIFICACIÓN)

		Subconjunto	
edad	N	1	
Scheffe	segundo	21	7.4615
	tercero	11	7.4706
	cuarto	13	7.6818
	quinto	17	7.7037
	sexto	27	11.2143
	Sig.		0.868

Como vemos, nos agrupa los niveles del factor edad según las medias de cada uno con respecto a las distintas variables dependientes. Así, entre los miembros de cada subconjunto no existe diferencia significativa entre sus medias, mientras que sí la hay con respecto a las medias de los miembros de los demás subconjuntos. Vemos que la agrupación es coherente con las conclusiones que habíamos obtenido en el análisis anterior.

Si nos guiamos por el método DMS, las conclusiones que obtenemos son las siguientes:

- Entre el peso en media del alumnado de segundo y el de tercero no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de segundo sí es menor que la de cuarto, quinto y sexto.
- La talla en media del alumnado de segundo es menor que la del alumnado de tercero, cuarto, quinto y sexto.

- Entre el peso en media del alumnado de tercero y el del alumnado de segundo y cuarto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de tercero es menor que el de quinto y sexto.
- La talla en media del alumnado de tercero es mayor que la del alumnado de segundo y es menor que la del alumnado de cuarto, quinto y sexto.
- Entre el peso en media del alumnado de cuarto y el del alumnado de tercero y quinto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de cuarto sí es menor que el de sexto y mayor que el alumnado de segundo
- Entre la talla en media del alumnado de cuarto y la de quinto no hay diferencia significativa. En cambio, la talla del alumnado de cuarto es mayor que la del alumnado de segundo y menor que la de quinto y que la de sexto.
- Entre el peso en media del alumnado de quinto y el de cuarto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de quinto sí es mayor que el del alumnado de segundo y tercero; y es menor que el del alumnado de sexto.
- Entre la talla en media del alumnado de quinto y la del alumnado de cuarto no hay diferencia significativa. En cambio, el peso del alumnado de quinto sí es mayor que el del alumnado de segundo y tercero y es menor que el del alumnado de sexto.
- El peso en media del alumnado de sexto respecto al de segundo, tercero, cuarto y quinto es mayor.
- La talla en media del alumnado de sexto respecto a la del alumnado de segundo, tercero, cuarto y quinto es mayor.
- Respecto a la calificación no hay diferencia de medias.

Aunque el SPSS no nos proporciona subconjuntos homogéneos dados por el método DMS, podemos construirlos y obtenemos lo siguiente:

SUBCONJUNTOS HOMOGÉNEOS(PESO)

Segundo	Tercero	Cuarto	Sexto
Tercero	Cuarto	Quinto	

SUBCONJUNTOS HOMOGÉNEOS(TALLA)

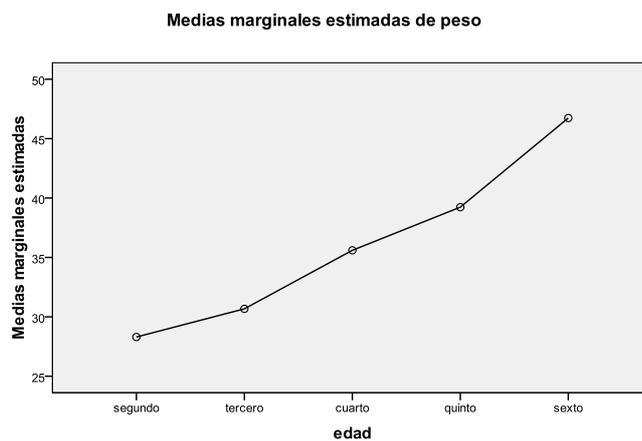
Subconjunto 1	Subconjunto 2	Subconjunto 3	Subconjunto 4
Segundo	Tercero	Cuarto	Sexto
		Quinto	

SUBCONJUNTOS HOMOGÉNEOS(CALIFICACIÓN)

Subconjunto 1
Segundo
Tercero
Cuarto
Quinto
Sexto

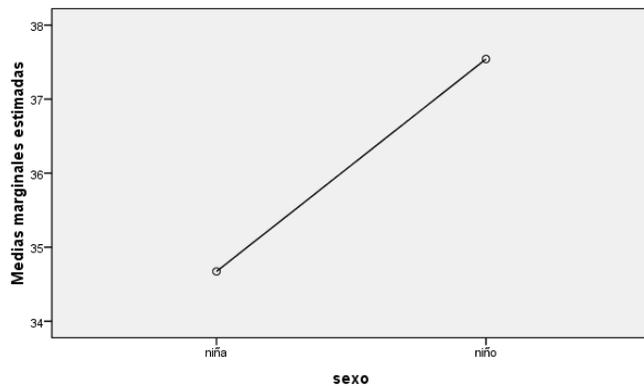
2.12. Gráficos de perfil

Incluimos ahora las gráficas en las que podremos observar las medias marginales de las variables respuesta con respecto a cada uno de los factores:



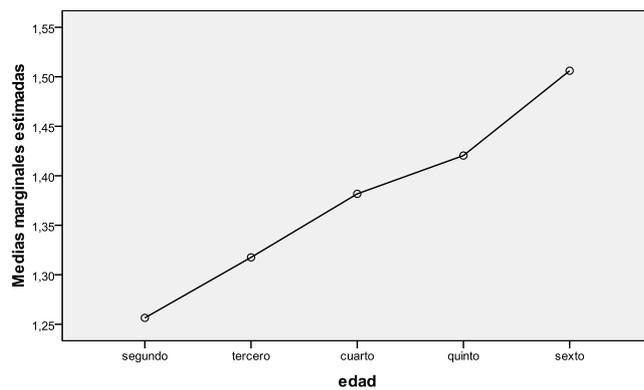
Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de peso



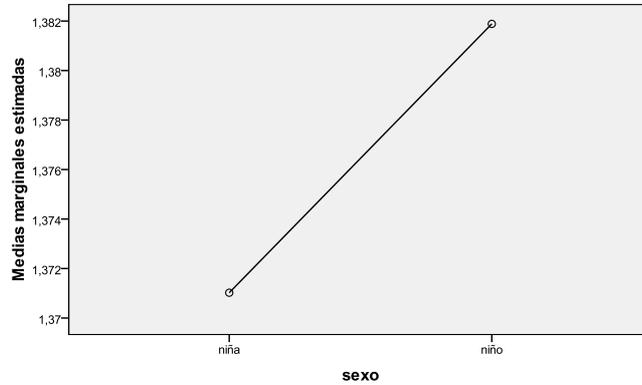
Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de talla



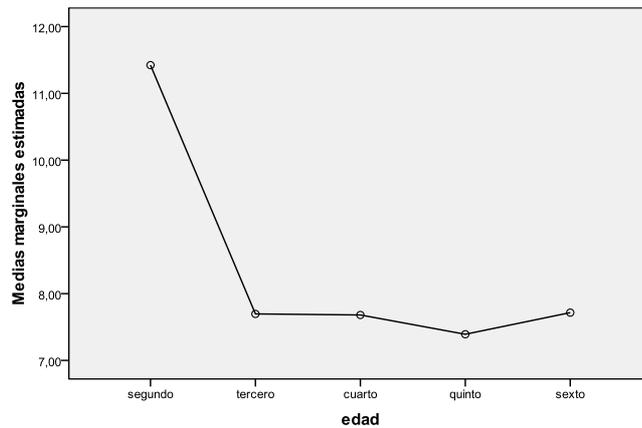
Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de talla



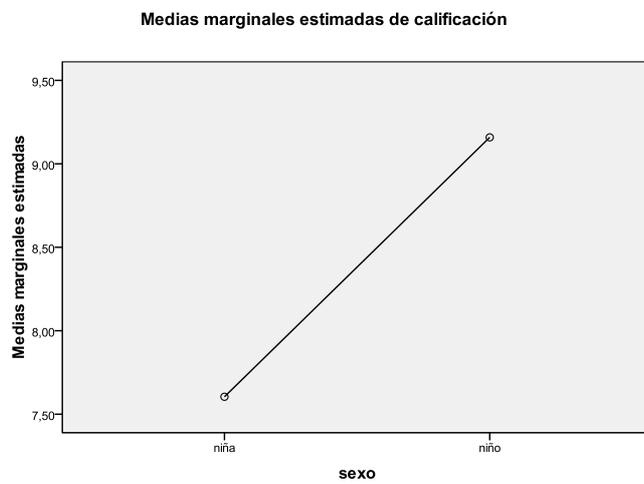
Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de calificación



Con respecto a estas gráficas obtenemos resultados bastante coherentes:

- Las medias marginales estimadas del peso aumenta con la edad y es mayor en los niños que en las niñas.
- Las medias marginales estimadas de la talla aumenta con la edad y es mayor en los niños que en las niñas.
- Las medias marginales estimadas de la calificación disminuye con la edad, exceptuando



de quinto a sexto. Es de notar la disminución acusada que existe entre segundo y tercero. Además, la calificación es mayor en los niños que en las niñas.

3. Caso práctico II

3.1. Modelo

Se trata de un modelo de Análisis de la Covarianza Multidimensional con dos factores (MANOVA) en la que incluimos una covariable, definido por la siguiente distribución de las variables:

VARIABLES RESPUESTA → Peso,talla
VARIABLES EXPLICATIVAS → Edad,sexo y calificación en educación física

En este Análisis de la Covarianza Multidimensional (MANCOVA) tenemos dos variables dependientes (es decir, una variable dependiente de dimensión dos), cinco grupos del factor A dos grupos del factor B y una covariable. El modelo a estimar toma la siguiente expresión:

$$Y = XB + Z\Gamma + U = W\Phi + U$$

donde X es la matriz asociada a los factores, Z la asociada a las covariables; con U tal que sus filas son i.i.d $N_2(0, \Sigma)$,. Además, tenemos 89 observaciones y:

$$\Phi = (\mu, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \beta_1, \beta_2, \gamma_1)$$

Seguimos manteniendo las mismas hipótesis que asumíamos en el MANOVA. Comenzaremos con el contraste sobre la igualdad de matrices de covarianzas.

3.2. Prueba de Box sobre la igualdad de las matrices de covarianzas

Comencemos con la validación del modelo. Con MANCOVA asumimos que la matriz de covarianza es igual en cada grupo de cada uno de los factores. La Prueba de Box Cox contrasta esta hipótesis. Queremos que el coeficiente no sea significativo para concluir que no hay suficiente evidencia de que las matrices de covarianza difieren.

M de Box	47.470
F	1.508
gl1	27
gl2	2955.351
Sig	0.045

En este caso el coeficiente es significativo, por lo tanto se ha violado la hipótesis. Es decir, los grupos del factor edad y sexo difieren en su matriz de covarianza. Notemos, sin embargo, que el F test es bastante robusto a pesar de todo.

3.3. Contrastes multivariados

La sección de «contrastes multivariados» contrasta simultáneamente el efecto de los factores en las variables dependientes. Esta es la tabla más importante en la salida del SPSS. Cada factor y cada covariable tienen un efecto principal, así como el término independiente. Las interacciones entre los factores son tasadas igualmente. El SPSS ofrece cuatro test de significación alternativos. La Traza de Hotelling se usa generalmente cuando se tienen dos variables dependientes y la Lambda de Wilks cuando tenemos más de dos variables. La significación del F test nos muestra si el efecto es significativo. El coeficiente de Eta al cuadrado nos informa de la proporción de la variabilidad total de la variable dependiente que explica la independiente.

Las hipótesis a contrastar serán las siguientes:

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre el factor A (edad)

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0$$

$$H_1 : \text{no todas las } \alpha_i \text{ son } 0$$

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre el factor B (sexo)

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1 : \text{no todas los } \beta_j \text{ son } 0$$

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre la interacción A*B

$$H_0 : (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$H_1 : \text{no todas los } (\alpha\beta)_{ij} \text{ son } 0$$

- Hipótesis nula e hipótesis alternativa sobre la covariable (calificación)

$$H_0 : \gamma_1 = 0$$

$$H_1 : \gamma_1 \neq 0$$

Las tablas que obtenemos en el SPSS se pueden resumir en la siguiente:

Efecto		Valor	Sig.	Eta ² parcial
Término.independiente	Traza de Pillai	0.996	0	0.996
	Lambda de Wilks	0.004	0	0.996
	Traza de Hotelling	256.070	0.000	0.996
	Raíz mayor de Roy	256.070	0.000	0.996
Calificación	Traza de Pillai	0.012	0.625	0.012
	Lambda de Wilks	0.998	0.625	0.012
	Traza de Hotelling	0.012	0.625	0.012
	Raíz mayor de Roy	0.012	0.625	0.012
Edad	Traza de Pillai	0.696	0	0.348
	Lambda de Wilks	0.321	0	0.433
	Traza de Hotelling	2.061	0	0.507
	Raíz mayor de Roy	2.034	0	0.670
Sexo	Traza de Pillai	0.040	0.207	0.040
	Lambda de Wilks	0.960	0.207	0.040
	Traza de Hotelling	0.042	0.207	0.040
	Raíz mayor de Roy	0.042	0.207	0.040
Edad*Sexo	Traza de Pillai	0.109	0.348	0.055
	Lambda de Wilks	0.892	0.348	0.055
	Traza de Hotelling	0.119	0.348	0.056
	Raíz mayor de Roy	0.099	0.112	0.090

En este caso nos guiaremos por la Traza de Hotelling. Vemos que el término independiente y la edad son significativos, mientras que el sexo, la interacción y la calificación no lo son. Por tanto los dos primeros afectan al modelo (explican un 99.6 % y 34.8 %) mientras que los tres restantes apenas tienen importancia (tan sólo explican un 4 %, un 5.5 % y un 1.2 % respectivamente).

3.4. Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas error

Los modelos MANOVA y MANCOVA asumen que cada variable dependiente tendrá varianzas iguales para todos los niveles de los factores. El Contraste de Levene contrasta esta hipótesis. Si el estadístico de Levene es significativo a nivel 0.05 o mejor, deberemos rechazar la hipótesis nula de que los grupos tienen varianzas iguales. El test de Levene es robusto en el caso de que se cumpla la hipótesis de normalidad.

	F	gl1	gl2	Sig
peso	2.827	9	79	0.006
talla	0.600	9	79	0.793

Obtenemos que los coeficientes de significación asociados al peso es significativo (es decir, son menores que 0,05), por lo que rechazamos la hipótesis nula, luego la varianza no es igual para todos los grupos. Sin embargo, la varianza de error de la talla sí es igual en todos los grupos, pues el coeficiente es no significativo, luego aceptamos la hipótesis nula.

3.5. Pruebas de los efectos inter-sujetos

En esta sección la salida son los efectos del ANOVA univariante de cada factor, la interacción y cada covariable. El significado de F y de Eta al cuadrado tienen la misma interpretación que el análisis multivariante que hemos hecho anteriormente. Con esta prueba lo que haremos será comprobar cómo explican cada una de las variables independientes a las variables dependientes de forma individual.

Podemos resumir las tablas que obtenemos con el SPSS en la siguiente:

Origen	Variable respuesta	Sig	Porcentaje explicado del modelo
Término independiente	Peso	0	93.1
	Talla	0	99.5
Calificación	Peso	0.656	0.003
	Talla	0.345	0.011
Edad	Peso	0	53.2
	Talla	0	66.7
Sexo	Peso	0.093	0.036
	Talla	0.518	0.005
Edad*Sexo	Peso	0.176	0.077
	Talla	0.758	0.024

Obtenemos las siguientes conclusiones:

- El término independiente es significativo para el peso y la talla, explicando un 95.1 % y 99.5 % respectivamente.
- La calificación no es significativa para explicar ninguna de las variables dependientes.
- La edad es significativa en el peso y la talla, explicando un 53.2 % y 66.7 % respectivamente.

- El sexo no es significativo para explicar ninguna de las variables dependientes.
- La interacción tampoco es significativa para explicar ninguna de las variables dependientes.

3.6. Estimación de los parámetros e intervalos de confianza

Cuando el modelo MANCOVA se programa mediante el módulo de «Modelo Lineal General (GLM)», los coeficientes están programados como parte de la aproximación paramétrica del Modelo Lineal General. Esta salida opcional adicional nos permite tasar la significación de cada parámetro.

En este apartado daremos las estimaciones de los parámetros influyendo en cada una de las variables dependientes. Así como otras características, este estudio incluye los intervalos de confianza para los distintos parámetros.

Las tablas obtenidas son las siguientes:

Variable dependiente	Parámetro	Estimación	Significativo	Intervalo de confianza(95 %)	
				Lím. inferior	Lím. superior
Peso	Término ind.	49.464	SI	45.275	53.654
	Calificación	0.038	NO	-0.131	0.207
	Edad=7	-19.964	SI	-26.115	-13.812
	Edad=8	-19.469	SI	-26.67	-12.770
	Edad=9	-15.845	SI	-22.042	-9.648
	Edad=10	-5.937	NO	-13.457	1.582
	Edad=11	0	NO		
	Sexo=0	-6.102	SI	-11.606	-0.598
	Sexo=1	0	NO		

Variable dependiente	Parámetro	Estimación	Significativo	Intervalo de confianza(95 %)	
				Lím. inferior	Lím. superior
Peso	[Edad=7]*[Sexo=0]	3.061	NO	-5.373	11.495
	[Edad=7]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=8]*[Sexo=0]	6.812	NO	-3.699	17.324
	[Edad=8]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=9]*[Sexo=0]	9.420	NO	-0.782	19.622
	[Edad=9]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=10]*[Sexo=0]	-3.129	NO	-12.518	6.259
	[Edad=10]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=11]*[Sexo=0]	0	NO		
[Edad=11]*[Sexo=1]	0	NO			
Talla	Término ind.	1.518	SI	1.560	0.986
	Calificación	0.001	-0.001	0.002	
	Edad=7	-0.257	SI	-0.318	-0.196
	Edad=8	-0.223	SI	-0.289	-0.157
	Edad=9	-0.142	SI	-0.203	-0.080
	Edad=10	-0.094	SI	-0.168	-0.019
	Edad=11	0	NO		
	Sexo=0	-0.38	NO	-0.92	0.17
	Sexo=1	0	NO		
	[Edad=7]*[Sexo=0]	0.014	NO	-0.069	0.098
	[Edad=7]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=8]*[Sexo=0]	0.69	NO	-0.35	0.173
	[Edad=8]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=9]*[Sexo=0]	0.035	NO	-0.067	0.136
	[Edad=9]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=10]*[Sexo=0]	0.017	NO	-0.076	0.110
	[Edad=10]*[Sexo=1]	0	NO		
	[Edad=11]*[Sexo=0]	0	NO		
	[Edad=11]*[Sexo=1]	0	NO		

Como conclusiones podemos extraer que la categoría «edad=11» (sexto) es redundante en el análisis de todas las variables dependientes, y también las correspondientes interacciones de dicha categoría con cualquier otra del factor sexo. De igual forma, la categoría «sexo=1» (niño) es redundante, y por tanto sus correspondientes interacciones. Esto será de interés posteriormente, ya que se omitirán dichas categorías en próximos estudios.

A mayores, podemos observar que la categoría «edad=10» no es significativo en la explicación de la variable peso.

Tampoco es significativa ninguna interacción entre las categorías de la edad y el sexo para cualquiera de las variables dependientes.

El sexo tan sólo es significativo para la variable dependiente peso.

La calificación no es significativa para la explicación de la variable peso ni talla.

3.7. Matriz SCPC inter-sujetos

En la siguiente tabla aparecen las matrices SCPCF (factores y término independiente) y la matriz SCPCR (error).

			Peso	Talla
Hipótesis	Término Indep.	Peso	54226.697	2075.460
		Talla	2075.460	79.436
	Calificación	Peso	10.270	0.217
		Talla	0.217	0.005
	Edad	Peso	4559.214	59.588
		Talla	0.563	0.002
	Edad*Sexo	Peso	334.912	1.200
		Talla	1.200	0.009
Error		peso	4017.118	26.001
		Talla	26.001	0.394

3.8. Contraste de hipótesis personalizado (1)

Contrastaremos si existen diferencias entre las medias de los niveles de los factores (realmente tan sólo nos interesarán aquellos resultados referidos a los niveles de los factores que tengan efecto principal significativo). En este contraste compararemos, con respecto al peso y la talla, la media de cada nivel de edad respecto a la media total del factor edad para cada variable dependiente.

Obtenemos los siguientes resultados:

Contraste de desviación edad		Variable...	
		peso	talla
Nivel 1 vs media	Estimación	-7.807	-0.120
	Valor hip.	0	0
	Diferencia(est-hip)	-7.807	-0.120
	Error típ.	1.500	0.015
	Sig.	0	0
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-10.793
	Lím. sup.	-4.820	-0.090
Nivel 2 vs media	Estimación	-5.436	-0.059
	Valor hip.	0	0
	Diferencia(est-hip)	-5.436	-0.059
	Error típ.	1.936	0.019
	Sig.	0.006	0.003
Nivel 3 vs media	Estimación	-0.509	-0.005
	Valor hip.	0	0
	Diferencia(est-hip)	-0.509	-0.005
	Error típ.	1.871	0.019
	Sig.	0.786	0.777
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-4.234
	Lím. sup.	3.217	0.042
Nivel 4 vs media	Estimación	3.124	0.044
	Valor hip.	0	0
	Diferencia(est-hip)	3.124	-0.044
	Error típ.	1.704	0.017
	Sig.	0.071	0.011
	Int. de conf. al 95 %para la dif.	Lím. inf.	-0.269
	Lím. sup.	6.518	-0.078

Notemos que se omite la categoría 5º, es decir, «edad=11», debido a que ya habíamos visto antes que era redundante.

Fijándonos en el nivel de significación o en si el intervalo de confianza contiene al cero o no concluimos que:

- Con respecto al peso y a la talla, la media del alumnado de segundo es menor que la media total. Análogamente para tercero.

- Sin embargo, no existe diferencia significativa entre la media del alumnado de cuarto y la media total con respecto al peso y a la talla.
- Análogamente, no existe diferencia significativa entre la media del alumnado de quinto y la media total con respecto al peso y a la talla.

3.9. Contraste de hipótesis personalizado (2)

En este contraste compararemos la media de cada nivel del factor sexo respecto a la media total de dicho factor para cada una de las variables dependientes.

Obtenemos los siguientes resultados:

Contraste de desviación sexo		Variable...	
		peso	talla
Nivel 1 vs media	Estimación	-1.435	-0.005
	Valor hip.	0	0
	Diferencia(est-hip)	-1.435	-0.005
	Error típ.	0.845	0.008
	Sig.	0.093	0.518
	Int. de conf. al 95 % para la dif.	Lím. inf.	-3.116
	Lím. sup.	0.247	0.011

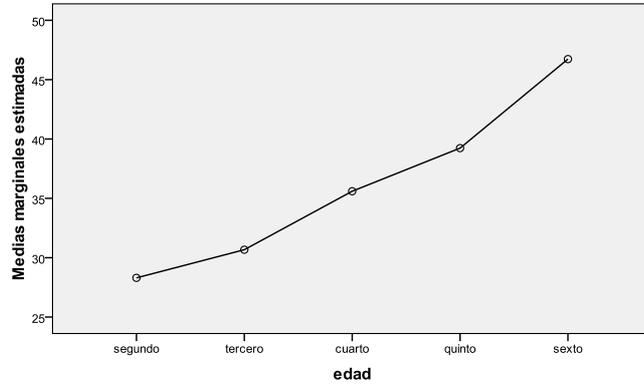
Como vemos, se omite la categoría 2, es decir, «sexo=1» (niño).

En este caso concluimos que si comparamos no existe diferencia significativa entre la media del alumnado femenino y la media total con respecto a ninguna de las variables dependientes.

3.10. Gráficos de perfil

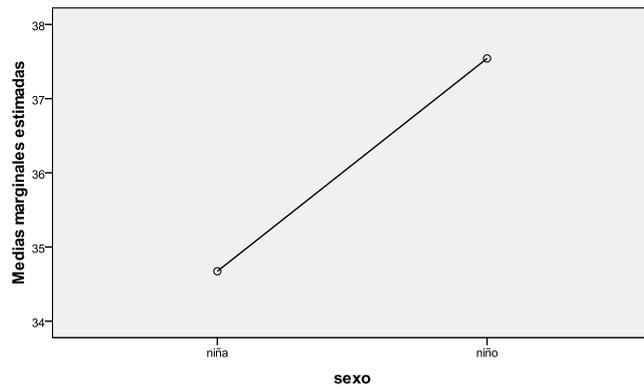
Incluimos ahora las gráficas en las que podremos observar las medias marginales de las variables respuesta con respecto a cada uno de los factores:

Medias marginales estimadas de peso



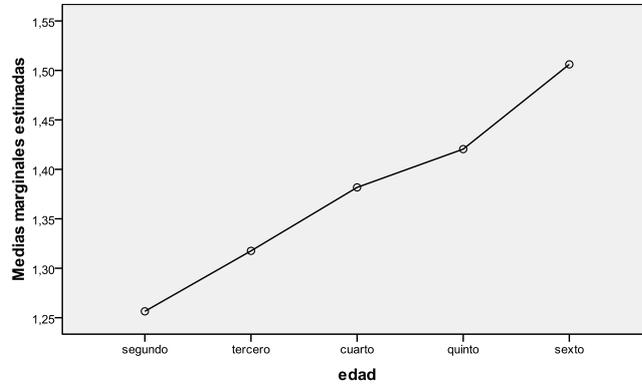
Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de peso



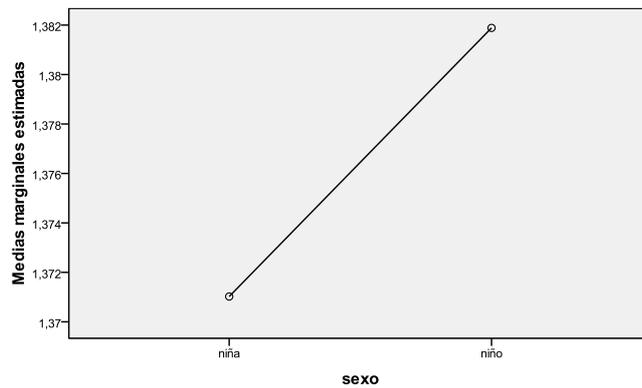
Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de talla



Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Medias marginales estimadas de talla



Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguiente valores: calificación = 8,4494

Con respecto a estas gráficas obtenemos resultados bastante coherentes:

- Las medias marginales estimadas del peso aumenta con la edad y es mayor en los niños que en las niñas.
- Las medias marginales estimadas de la talla aumenta con la edad y es mayor en los niños que en las niñas.

4. Conclusiones finales

Una vez realizado el estudio de ambos modelos, las conclusiones que podemos obtener son muy similares en ambos casos. Y es que el hecho de añadir la calificación como covariable no nos influye prácticamente nada en el modelo, pues no es significativa.

Con respecto a la calificación, concluimos que, gracias al MANOVA realizado, ni el sexo ni la edad influyen en ella. Tal vez, si hubiésemos realizado un ANCOVA para el que tomásemos como variable respuesta la calificación, y todas las demás variables que hemos utilizado en nuestros análisis anteriores como factores y covariables según procediese, el resultado podría haber sido bien distinto. O iguales, en cuyo caso podríamos deducir conclusiones como que los métodos de evaluación del departamento se ajustan perfectamente a las distintas características que puedan tener los alumnos.

Con respecto a las restantes variables respuesta que hemos utilizado en ambos modelos (el peso y la talla), obtenemos que el efecto del factor sexo no es significativo para ellas (ni de forma individual ni de forma conjunta) mientras que sí lo es el factor edad (además sabemos que a mayor edad, mayor peso y mayor talla). Así, dependiendo del motivo del estudio o de nuestros objetivos, podríamos sacar conclusiones de distinto tipo (comparaciones hombre/mujer,...).

Realmente, no obtuvimos ningún resultado que sea digno de mención a nivel general, bien sea por su excepcionalidad o su carácter llamativo. Todas la diagnosis que hemos hecho se aproxima bastante a lo que en principio uno podría prever.