Modelos Box-Jenkins

Procesos ARIMA: Construcción e identificación

En prácticas anteriores, vimos la utilidad de los procesos ARMA para modelizar el comportamiento de series de residuos procedentes de ajustar a una serie de tiempo tendencias deterministas y/o componentes estacionales deterministas.

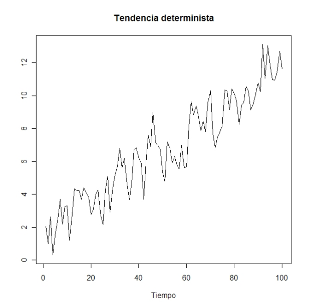
También, en una transparencia anterior manifestábamos que

- El nivel medio de las series reales suele variar con el tiempo (existencia de tendencia y/o componente estacional).
- No abundan series reales generadas por procesos estacionarios (y, por tanto, modelizables por un ARMA).

El objetivo de esta sección es ampliar la clase de procs. ARMA, de modo que la nueva clase permita incorporar tendencia (incluso no determinista).

Procesos ARIMA: Construcción

El proceso $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + V_t$ (donde $\{V_t\}_t$ es estacionario) no es estacionario (tiene tendencia determinista).



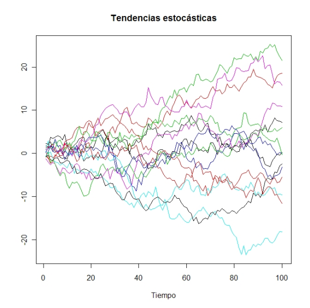
El proceso diferenciado regularmente

$$X_t - X_{t-1} = \beta_1 + (V_t - V_{t-1})$$

es estacionario.

Procesos ARIMA: Construcción

El paseo aleatorio $X_t = X_{t-1} + a_t$ no es estacionario. Por ejemplo, si comienza en $t = 0$ y suponemos que $x_0 = 0$, su media es estable (no tiene tendencia determinista), pero no lo son ni sus varianzas ni sus autocovarianzas.



El paseo aleatorio diferenciado regularmente

$$X_t - X_{t-1} = a_t$$

es estacionario.

Procesos ARIMA: Construcción

Los ejemplos anteriores muestran situaciones en las que la aplicación de 1 diferencia regular consigue eliminar la tendencia y transformar un proceso no estacionario en otro estacionario. En base a esto, ante una serie con tendencia, sugerimos:

- Eliminar la tendencia de la serie aplicando sucesivamente d diferencias regulares (en general, $d \leq 3$). Esto es, si después de diferenciar regularmente la serie persiste la existencia de tendencia, diferenciaremos la serie diferenciada, y así sucesivamente hasta obtener una serie sin tendencia.
- Si la serie obtenida es estacionaria, modelizarla a través de un proceso ARMA (recuérdese la gran capacidad que tiene la clase ARMA para modelizar procesos estacionarios).

Procesos ARIMA: Construcción

Un proceso ARIMA(p,d,q) es aquél que, después de aplicarle d diferencias regulares, se convierte en un proceso ARMA(p,q). Es decir:

$$\{X_t\}_t \text{ es ARIMA(p,d,q)} \Leftrightarrow (1-B)^d X_t \text{ es ARMA(p,q)}.$$

Equivalentemente:

$\{X_t\}_t$ es un proceso ARIMA(p,d,q) si admite una representación del tipo:

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = c + \theta(B) a_t,$$

donde el polinomio $\phi(z)$ no tiene raíces de módulo 1.

Modelos Box-Jenkins

Ejemplo: Proceso ARIMA(1,1,1)

La expresión del ARIMA(1,1,1) es

$$\left(1-\overset{\overset{\text{AR}}{\downarrow}}{\phi_1}B\right)\underset{\underset{\text{Dif.}}{\uparrow}}{(1-B)}\,X_t = c + \left(1+\overset{\overset{\text{MA}}{\downarrow}}{\theta_1}B\right)a_t.$$

Operando en dicha expresión, se obtiene la representación:

$$X_t = c + (1+\phi_1)\,X_{t-1} - \phi_1 X_{t-2} + a_t + \theta_1 a_{t-1},$$

que muestra de una manera explícita la relación existente entre el instante actual t y los instantes pasados $t-1$ y $t-2$.

Procesos ARIMA: Identificación

En la práctica, ante una serie real,...
¿cuándo propondremos un ARIMA como su posible generador?

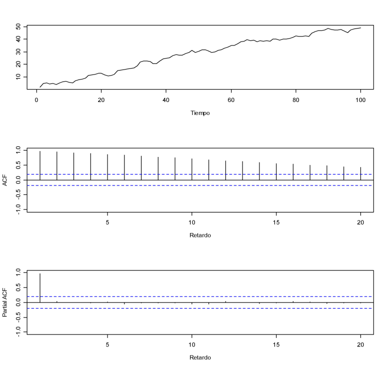
Cuando, siendo homocedástica, detectemos presencia de tendencia. La presencia de tendencia en una serie (y, por tanto, la necesidad de diferenciarla para convertirla en estacionaria) suele ser delatada por:

- El gráfico de la serie frente al tiempo.
- La fas muestral:
  - Toma valores positivos.
  - Decae lentamente a cero (decrecimiento lineal) a medida que el retardo crece.

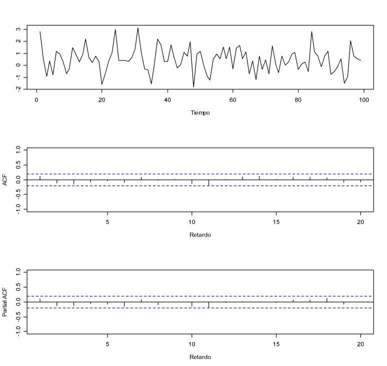
Modelos Box-Jenkins

Series de Tiempo
Germán Aneiros Pérez
Introducción
Procesos ARMA: Construcción e identificación
Procesos ARMA: Estimación y diagnosis
Procesos ARMA: Selección del modelo y predicción
Procesos ARIMA: Construcción e identificación

Serie original (tendencia)



Serie diferenciada (estacionaria)



Estos gráficos sugieren que la serie original no es estacionaria, y que ha sido generada por un proceso ARIMA(0,1,0).

Procesos ARIMA

La clase de procesos ARIMA que acabamos de estudiar:

- Captura no estacionariedades provocadas por la presencia de tendencia (incluso no determinista).
- No captura no estacionariedades provocadas por la presencia de componente estacional.

A continuación, ampliaremos la clase de procesos ARIMA estudiada, de modo que la nueva clase sea capaz de modelizar no estacionariedades provocadas tanto por la presencia de tendencia (determinista o estocástica) como por la presencia de componente estacional (determinista o estocástica).

Procesos ARIMA estacionales: Construcción

Sea $X_t = S_t + V_t$, donde $\{V_t\}_t$ es estacionario y

1. $S_t = S_{t-s}$ (componente estacional determinista),
   ó
2. $S_t = S_{t-s} + W_t$ donde $\{W_t\}_t$ es estacionario con media 0 (componente estacional estocástica).

$\{X_t\}_t$ no es estacionario, pues contiene una componente estacional S_t. Sin embargo, sí lo es el proceso diferenciado estacionalmente

1. $X_t - X_{t-s} = V_t - V_{t-s}$
   ó
2. $X_t - X_{t-s} = W_t + V_t - V_{t-s}$.

Conclusión: A veces, la diferenciación estacional consigue eliminar la componente estacional.

Procesos ARIMA estacionales: Construcción

Basándonos en los ejemplos anteriores, ante una serie con tendencia y/o componente estacional, sugerimos:

- Eliminar la tendencia aplicando d diferencias regulares ($(1-B)^d$). En general, es suficiente $d \leq 3$.
- Eliminar la componente estacional aplicando D diferencias estacionales ($(1-B^s)^D$). En general, es suficiente $D = 1$.
- Una vez que la serie diferenciada es estacionaria, modelizarla a través de un ARMA:
  - Sólo dependencia regular: ARMA(p,q).
  - Sólo dependencia estacional: ARMA(P,Q)$_s$.
  - Ambos tipos de dependencia: ARMA(p,q)$\times$(P,Q)$_s$.

Procesos ARIMA estacionales: Construcción

Un proceso ARIMA(p,d,q)×(P,D,Q)$_s$ (o ARIMA estacional multiplicativo) es aquél que, después de aplicarle d diferencias regulares y D diferencias estacionales de periodo s, se corvierte en un proceso ARMA(p,q)×(P,Q)$_s$.

Equivalentemente:

$\{X_t\}_t$ es un proceso ARIMA(p,d,q)×(P,D,Q)$_s$ (o ARIMA estacional multiplicativo) si admite una representación del tipo:

$$\phi(B)\,\Phi(B^s)\,(1-B)^d\,(1-B^s)^D\,X_t = c+\theta(B)\,\Theta(B^s)\,a_t,$$

donde el polinomio $\phi(z)\,\Phi(z^s)$ no tiene raíces de módulo 1.

Modelos Box-Jenkins

Ejemplo: Proceso ARIMA(1,1,1)×(1,1,1)$_{12}$

La expresión del ARIMA(1,1,1)×(1,1,1)$_{12}$ es

$$\overset{\substack{\text{AR}\\\text{reg.}\\\downarrow}}{(1-\phi_1 B)}\ \overset{\substack{\text{AR}\\\text{est.}\\\downarrow}}{\left(1-\Phi_1 B^{12}\right)}\ \overset{\substack{\text{Dif.}\\\text{reg.}\\\downarrow}}{(1-B)}\ \overset{\substack{\text{Dif.}\\\text{est.}\\\downarrow}}{\left(1-B^{12}\right)}\ X_t =$$

$$c+\underset{\substack{\uparrow\\\text{MA}\\\text{reg.}}}{(1+\theta_1 B)}\ \underset{\substack{\uparrow\\\text{MA}\\\text{est.}}}{\left(1+\Theta_1 B^{12}\right)}\ a_t$$

Ejemplo: Proceso ARIMA(1,1,1)×(1,1,1)$_{12}$

Operando en la expresión del ARIMA(1,1,1)×(1,1,1)$_{12}$

$$\left(1-\phi_1 B\right)\left(1-\Phi_1 B^{12}\right)\left(1-B\right)\left(1-B^{12}\right)X_t = c+\left(1+\theta_1 B\right)\left(1+\Theta_1 B^{12}\right)a_t$$

se obtiene la representación:

$$\begin{aligned} X_t &= c+\left(1+\phi_1\right)X_{t-1}-\phi_1 X_{t-2}+\left(1+\Phi_1\right)X_{t-12} \\ &\quad -\left(1+\phi_1+\Phi_1+\phi_1\Phi_1\right)X_{t-13} \\ &\quad +\left(\phi_1+\phi_1\Phi_1\right)X_{t-14}-\Phi_1 X_{t-24} \\ &\quad +\left(\Phi_1+\phi_1\Phi_1\right)X_{t-25}-\phi_1\Phi_1 X_{t-26} \\ &\quad +a_t+\theta_1 a_{t-1}+\Theta_1 a_{t-12}+\theta_1\Theta_1 a_{t-13} \end{aligned}$$

Modelos Box-Jenkins

Procesos ARIMA estacionales: Construcción

El proceso ARIMA(p,d,q)$\times$(P,D,Q)$_s$:

- Es estacionario cuando $d = D = 0$ (se convierte en un proceso ARMA(p,q)$\times$(P,Q)$_s$).
- Modeliza a la dependencia regular (p o q $\neq 0$).
- Modeliza a la dependencia estacional (s > 1, y P o Q $\neq 0$)
- Captura no estacionariedades provocadas por la presencia de tendencia (d > 0).
- Captura no estacionariedades provocadas por la presencia de componente estacional (s > 1 y D > 0).
- Generaliza a todos los procesos que hemos estudiado.
- Es, posiblemente, el proceso más utilizado en la modelización de series de tiempo univariantes.

Procesos ARIMA estacionales: Identificación

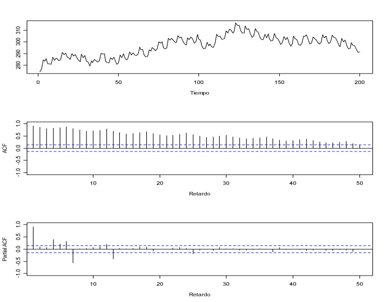
En la práctica, ante una serie real,...
¿cuándo propondremos un ARIMA estacional como su generador?

Cuando, siendo homocedástica, detectemos presencia de componente estacional. La presencia de componente estacional en una serie (y, por tanto, la necesidad de diferenciarla estacionalmente para eliminarla) suele ser delatada por:

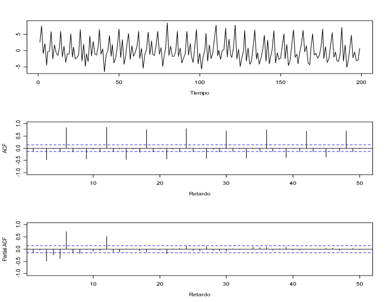
- El gráfico de la serie frente al tiempo.
- La fas muestral:
  - Presenta fuerte correlación positiva en el retardo estacional (y, posiblemente, en sus múltiplos),
  - Converge lentamente a cero a medida que el retardo crece.
  - Presenta periodicidad del mismo periodo que la serie,

Modelos Box-Jenkins

Serie original

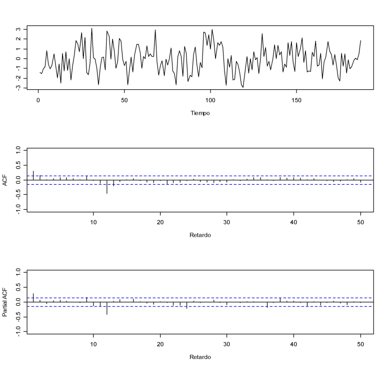


Serie diferenciada regularmente



Modelos Box-Jenkins

Serie dif. reg. y estac. (s=12)



Conclusión

Los gráficos estudiados sugieren que la serie original:

1. No es estacionaria.
2. Ha sido generada por un proceso $\text{ARIMA}(0,1,1)\times(0,1,1)_{12}$, o quizás por un $\text{ARIMA}(1,1,0)\times(0,1,1)_{12}$.

Heterocedasticidad

En los estudios teóricos y prácticos realizados hasta ahora, la falta de estacionariedad venía provocada por la presencia de tendencia y/o componente estacional.

- Aplicando diferencias (regulares y/o estacionales, respectivamente) conseguíamos eliminar este tipo de no estacionariedad.

Otra fuente que provoca falta de estacionariedad es la heterocedasticidad (la varianza no es constante o estable).

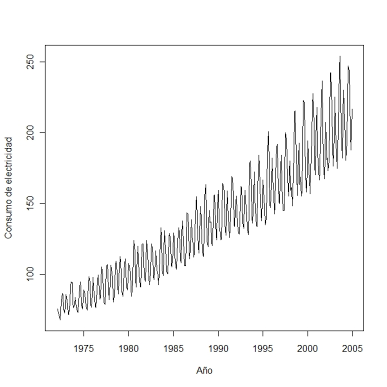
A continuación veremos cómo eliminar la heterocedasticidad.

Modelos Box-Jenkins

En el gráfico de la derecha, se intuye que la variabilidad de la serie (consumo de electricidad...) no es constante.

Concretamente, parece que la variabilidad aumenta al hacerlo el nivel de la serie.

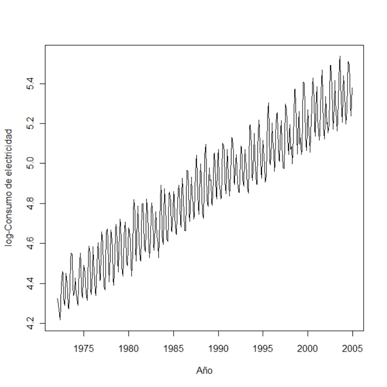
Serie heterocedástica



En el gráfico de la derecha, se muestra la serie transformada a través de la función logaritmo neperiano.

Se observa que la aplicación de dicha función ha conseguido estabilizar la varianza.

Serie homocedástica (log)



TRANSFORMACIONES PARA ESTABILIZAR LA VARIANZA

Transformaciones de Box-Cox

La familia de transformaciones de Box-Cox se define como aquélla que transforma a x_t en:

$$\begin{cases} \dfrac{x_t^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{si} \quad \lambda \neq 0 \\ \ln(x_t), & \text{si} \quad \lambda = 0 \end{cases}$$

- Si la desviación típica es una función potencial de la media ($\sigma_t = k\mu_t^{1-\lambda}$), entonces la transformación de Box-Cox con parámetro λ consigue estabilizar la varianza.
- Un situación muy usual es aquélla en que $\sigma_t = k\mu_t$. En este caso $\lambda = 0$ y la aplicación del logaritmo neperiano estabiliza la varianza.

Obtención de un valor apropiado para λ

Partiendo de la igualdad

$$\sigma_t = k\mu_t^{1-\lambda},$$

se obtiene que

$$\log(\sigma_t) = a + b\mu_t$$

donde $a = \log(k)$ y $b = 1 - \lambda$.

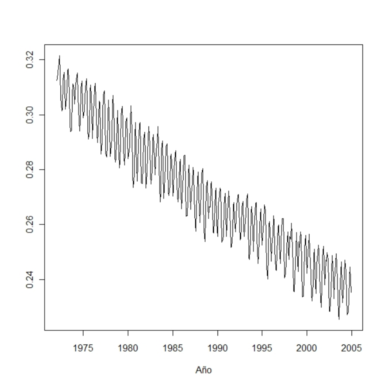
Por tanto, si disponemos de estimaciones $\hat{\mu}_t$ y $\hat{\sigma}_t$ y ajustamos un modelo lineal a $\{(\log(\hat{\mu}_t), \log(\hat{\sigma}_t))\}$, obtendremos una estimación para el valor de λ:

$$\hat{\lambda} = 1 - \hat{b}$$

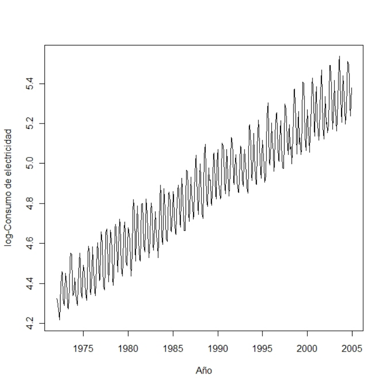
Modelos Box-Jenkins

Utilizamos estimaciones de la media y la desv. típica anuales

Regresión lineal: $\hat{\lambda} = -0.269$



Intuitiva: $\hat{\lambda} = 0$ (log)



Modelos Box-Jenkins

Resumen

De manera esquemática, las etapas a seguir para identificar un modelo como posible generador de una serie de tiempo son:

1. Si la serie presenta heterocedasticidad, eliminarla a través de una transformación de Box-Cox.
2. Si la serie (quizás transformada en la etapa 1) presenta tendencia, eliminarla a través de la diferenciación regular.
3. Si la serie (quizás transformada en las etapas 1 y/o 2) presenta componente estacional, eliminarla a través de la diferenciación estacional.
4. Identificar un modelo ARMA para la serie (quizás transformada en las etapas 1, 2 y/o 3).

Proc. ARIMA estacionales: Estim., diag. y selec. del modelo

Como consecuencia de la estrecha relación que existe entre los procesos ARIMA y los procesos ARMA (diferenciando los primeros se obtienen los segundos), se tiene que la aplicación práctica de los ARIMA está totalmente basada en la correspondiente a los ARMA:

- Estimación: Se ajusta un ARMA (regular, estacional o estacional multiplicativo) a la serie diferenciada (regular y/o estacionalmente).
- Diagnosis: Se chequean los residuos procedentes del ajuste ARMA anterior.
- Selección del modelo: Se selecciona, para la serie diferenciada, el modelo ARMA cuyos órdenes (p, q, P y/o Q) minimicen uno de los criterios AIC, AICC o BIC.

Procesos ARIMA estacionales: Predicción

Del mismo modo, la predicción de valores futuros de procesos ARIMA se basa en la predicción de procesos ARMA.

Los pasos a seguir son:

1. Diferenciar (regular y/o estacionalmente) la serie procedente del ARIMA hasta obtener una serie procedente de un ARMA.
2. Predecir los valores futuros del proceso ARMA.
3. Deshacer la diferenciación en las predicciones del ARMA, obteniendo entonces las predicciones del proceso original ARIMA.

En cuanto a los intervalos de predicción, su construcción es análoga a lo ya hecho para procesos ARMA.

Aplicación a datos reales

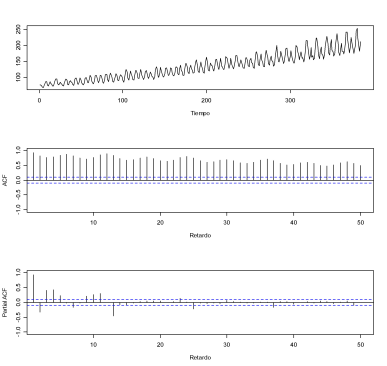
Presentamos a continuación un ejemplo con datos reales en el que se hace uso de gran parte de lo expuesto en este capítulo.

Para ello:

- Dividiremos en 2 trozos la serie del consumo de electricidad (introducida en el primer capítulo):
  1. Consumo entre los meses 1 y 384.
  2. Consumo entre los meses 385 y 396.
- El primer trozo será utilizado para seleccionar y ajustar un modelo. En base a dicho modelo, realizaremos predicciones para el consumo correspondiente a los próximos 12 meses.
- Las predicciones serán comparadas con los consumos reales (segundo trozo).

1: Identificación del modelo (fas y fap muestrales)

Consumo de electricidad (Observaciones: $1 - 384$)

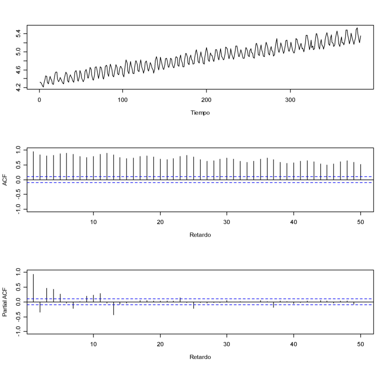


El gráfico de la izquierda muestra presencia de heterocedasticidad, tendencia y componente estacional.

Comenzamos transformando la serie para tratar de estabilizar la variabilidad. Puesto que ésta cambia con el nivel de la serie (quizás la desviación típica sea lineal en la media), le aplicamos al consumo la función logaritmo neperiano.

Modelos Box-Jenkins

Consumo transformado (ln)

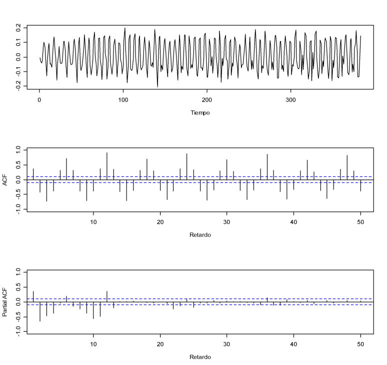


El gráfico de la izquierda muestra que:

- La varianza del consumo se ha estabilizado al aplicarle la función logaritmo neperiano.
- La serie transformada tiene tendencia y componente estacional.

La diferenciación regular podría eliminar la tendencia.

Dif. reg. del ln del consumo



El gráfico de la izquierda muestra que:

- La tendencia ha sido eliminada al aplicarle una diferencia regular.
- La componente estacional se mantiene.

La diferenciación estacional podría eliminar la componente estacional.

Modelos Box-Jenkins

Series de Tiempo

Germán Aneiros Pérez

Introducción

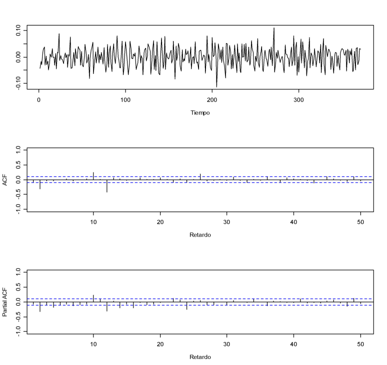
Procesos ARMA: Construcción e identificación

Procesos ARMA: Estimación y diagnosis

Procesos ARMA: Selección del modelo y predicción

Procesos ARIMA: Construcción e identificación

Dif. reg. y estac. del ln del consumo (s=12)



A la espera de realizar el análisis de residuos, el gráfico de la izquierda sugiere que:

- La serie transformada proviene de un proceso estacionario; concretamente, de un ARMA$(0,2)\times(0,1)_{12}$.
- El logaritmo neperiano del consumo eléctrico ha sido generado por un proceso ARIMA$(0,1,2)\times(0,1,1)_{12}$.

Modelos Box-Jenkins

El modelo identificado (ARIMA(0,1,2)$\times$(0,1,1)$_{12}$) se puede expresar como

$$(1-B)\left(1-B^{12}\right)Y_t = c + \left(1+\theta_1 B+\theta_2 B^2\right)\left(1+\Theta_1 B^{12}\right)a_t,$$

siendo $Y_t = ln\left(X_t\right)$ y X_t el consumo eléctrico del mes t.
Una representación equivalente es

$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1}+Y_{t-12}-Y_{t-13} \\ &\quad +c+a_t+\theta_1 a_{t-1}+\theta_2 a_{t-2} \\ &\quad +\Theta_1 a_{t-12}+\theta_1\Theta_1 a_{t-13}+\theta_2\Theta_1 a_{t-14}. \end{aligned}$$

Nota: Obsérvese que, puesto que el proceso diferenciado no tiene parte AR, la constante c coincide con su media μ.

2: Estimación del modelo identificado ARIMA(0,1,2)×(0,1,1)$_{12}$

Estimando los parámetros por máxima verosimilitud resulta:

$$\widehat{\theta}_1 = -0.3371\ (0.0440),\ \widehat{\theta}_2 = -0.5503\ (0.0452),$$

$$\widehat{\Theta}_1 = -0.7116\ (0.0377),\ \widehat{\mu} = 0e+00\ (1\text{e-}04)$$

$$\text{y } \widehat{\sigma}_a^2 = 0.0006759.$$

Puesto que la media μ del proceso diferenciado no es significativamente distinta de cero, estimaremos un ARIMA(0,1,2)×(0,1,1)$_{12}$ con $\mu = 0$ o, lo que es lo mismo, con $c = 0$.

Bajo la restricción $\mu = 0$, se obtienen las estimaciones:

$$\widehat{\theta}_1 = -0.3365\ (0.0439),\ \widehat{\theta}_2 = -0.5496\ (0.0451),$$

$$\widehat{\Theta}_1 = -0.7111\ (0.0377) \text{ y } \widehat{\sigma}_a^2 = 0.0006762,$$

resultando todos los parámetros significativamente distintos de cero. Por tanto, el ARIMA(0,1,2)×(0,1,1)$_{12}$ estimado es:

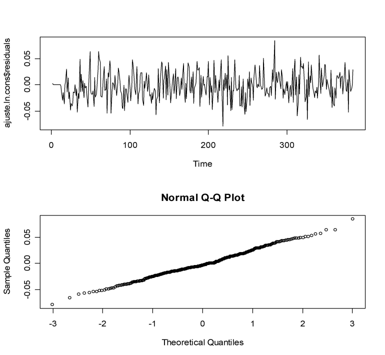
$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} \\ &\quad + a_t - 0.3365 a_{t-1} - 0.5496 a_{t-2} \\ &\quad - 0.7111 a_{t-12} + 0.2393 a_{t-13} + 0.3908 a_{t-14}, \end{aligned}$$

siendo 0.0006762 la varianza del ruido blanco.

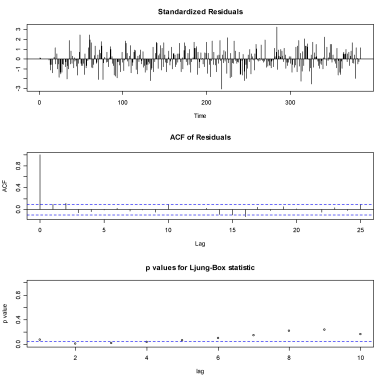
Modelos Box-Jenkins

3: Diagnosis del modelo ARIMA$(0,1,2)\times(0,1,1)_{12}$

Gráficos de residuos y Q-Q normal



Contrastes de independencia



Modelos Box-Jenkins

Conclusiones:

- El contraste de Ljung-Box rechaza la independencia de los residuos.
- Un modelo ARIMA$(0,1,2)\times(0,1,1)_{12}$ no resulta adecuado como posible generador de la serie del consumo eléctrico (transformada a través del logaritmo neperiano).
- Puesto que no tenemos independencia en los residuos, los contrastes propuestos de media cero y normalidad no tienen validez.

Modelos Box-Jenkins

4: Identificación del modelo (criterio BIC)

Hemos calculado los valores del criterio BIC para distintos procesos ARIMA(p,1,q)×(P,1,Q)$_{12}$ ($p, q \in \{0, 1, 2, 3\}$ y $P, Q \in \{0, 1, 2\}$).

El modelo ARIMA(1,1,2)×(0,1,1)$_{12}$ resultó ser el de menor BIC cuando la estimación de dichos procesos se hace a través del método de mínimos cuadrados condicionados (BIC$= -1640.211$).

De entre los modelos evaluados, sólo uno tuvo un valor BIC que no distase más de 2 unidades del óptimo. Dicho modelo fue el ARIMA(1,1,3)×(0,1,1)$_{12}$ (BIC$= -1639.719$).

Modelos Box-Jenkins

Si la estimación se efectúa por máxima verosimilitud, los valores del criterio BIC para dichos modelos resultaron ser -1625.907 y -1620.023, respectivamente.

Si el primer modelo pasa el análisis de residuos, lo propondremos como generador de la serie (en unidades logarítmicas).

5: Estimación del modelo ARIMA(1,1,2)×(0,1,1)$_{12}$

El modelo ARIMA(1,1,2)×(0,1,1)$_{12}$ se puede expresar como

$$\begin{gathered}(1-\phi_1 B)(1-B)\left(1-B^{12}\right) Y_t = \\ \left(1+\theta_1 B+\theta_2 B^2\right)\left(1+\Theta_1 B^{12}\right) a_t.\end{gathered}$$

Las estimaciones de sus parámetros por máxima verosimilitud han resultado:

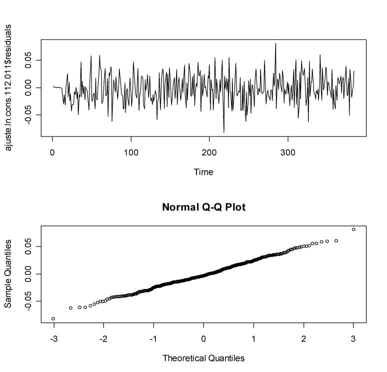
$$\widehat{\phi}_1 = 0.3214\ (0.0901),\ \widehat{\theta}_1 = -0.5804\ (0.0898),$$

$$\widehat{\theta}_2 = -0.3762\ (0.0784),\ \widehat{\Theta}_1 = -0.7135\ (0.0391),$$

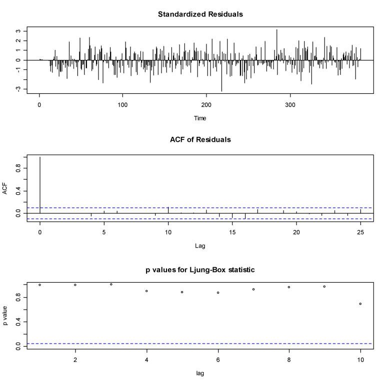
$$\text{y } \widehat{\sigma}_a^2 = 0.0006543.$$

6: Diagnosis del modelo ARIMA$(1,1,2)\times(0,1,1)_{12}$

Gráficos de residuos y Q-Q normal



Contrastes de independencia



Modelos Box-Jenkins

Contrastes de media cero y normalidad

- $\mu_a = 0$: $p - valor = 0.2012$
- Normalidad:
  - Jarque-Bera: $p - valor = 0.7272$
  - Shapiro-Wilk: $p - valor = 0.7198$

Conclusión: Un modelo ARIMA$(1,1,2)\times(0,1,1)_{12}$ con innovaciones gaussianas resulta **adecuado** como generador de la serie del consumo de electricidad (transformada a través de la función logaritmo neperiano).

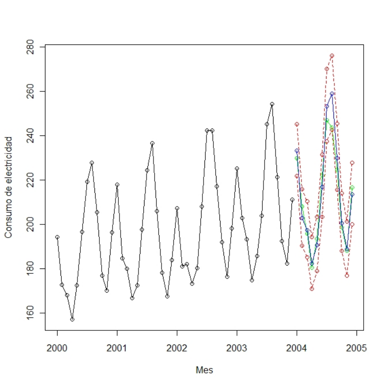
Modelos Box-Jenkins

7: Predicción en base al modelo ARIMA(1,1,2)×(0,1,1)$_{12}$

Para finalizar el estudio, el ARIMA(1,1,2)×(0,1,1)$_{12}$ que hemos seleccionado y estimado fue utilizado para realizar predicciones con origen en $T = 384$ y horizontes de predicción $k = 1, \ldots, 12$.

Éstas se pueden observar en el gráfico de la derecha (azul), junto con los valores reales (verde) y los intervalos de predicción al 95% (rojo).

Predicciones, ...



Modelos Box-Jenkins

Valores numéricos

Mes	Consumo	Predicción	Intervalo de Predicción (95%)
enero	229.922	233.2989	(221.8904 , 245.2940)
febr.	207.913	202.7579	(190.4922 , 215.8133)
mar.	195.917	197.3801	(185.1477 , 210.4206)
abril	180.561	182.2473	(170.8927 , 194.3562)
mayo	193.574	190.7098	(178.8020 , 203.4107)
junio	222.073	216.9540	(203.3874 , 231.4254)
julio	247.093	253.2536	(237.3969 , 270.1693)
agos.	243.509	258.9025	(242.6725 , 276.2180)
sept.	224.615	229.9236	(215.4930 , 245.3205)
oct.	198.691	200.5321	(187.9313 , 213.9777)
nov.	187.896	188.6941	(176.8231 , 201.3619)
dic.	216.703	213.4435	(199.9998 , 227.7909)

Resumen: Construcción del modelo generador de la serie

Etapas a seguir para identificar un ARIMA(p,d,q)×(P,D,Q)$_s$ como posible generador de la serie de tiempo a analizar:

- Etapa 1: Representar gráficamente la serie frente al tiempo, y sus fas y fap muestrales frente al retardo.
    1. Si el gráfico de la serie sugiere presencia de variabilidad no constante, transformar (Box-Cox) la serie para estabilizar la varianza.
    2. Si el gráfico de la serie (quizás transformada en el paso anterior) y/o el gráfico de su fas muestral sugiere/n presencia de tendencia, aplicar diferencias regulares (d) hasta eliminarla.
    3. Si el gráfico de la serie (posiblemente transformada en alguno de los 2 pasos anteriores) y/o el gráfico de su fas muestral sugiere/n presencia de componente estacional (s), aplicar diferencias estacionales (D) hasta eliminarla.

Resumen: Construcción del modelo generador de la serie

- Etapa 2: Representar gráficamente la serie (posiblemente transformada en la etapa 1) frente al tiempo, y sus fas y fap muestrales frente al retardo.

  Dichos gráficos debieran sugerir la procedencia de la serie (posiblemente transformada en la etapa 1) de un proceso estacionario (ARMA, quizás multiplicativo), pues en caso contrario no deberíamos haber pasado a esta etapa 2.

  1. Tratar de identificar los órdenes p, q, P y Q a través del estudio de su fas y fap muestrales (esto será sencillo si p o q son nulos, y P o Q también).
  2. Identificar los órdenes p, q, P y Q a través del estudio de las funciones AIC, AICC y/o BIC.

Modelos Box-Jenkins

Resumen: Construcción del modelo generador de la serie

Una vez que uno o varios modelos han sido identificados, la siguiente etapa es su estimación.

A continuación, el/los modelo/s estimado/s debe/n ser chequeado/s (es necesario comprobar que verifica/n las hipótesis básicas que se han supuesto en su construcción). Principalmente, comprobaremos la hipótesis de que las innovaciones son ruido blanco (preferiblemente gaussiano).

Si disponemos de varios modelos que han superado el análisis de residuos (diagnosis), seleccionaremos aquél que, teniendo un AIC, AICC y/o BIC pequeño (diferencias de hasta 2 unidades no se consideran relevantes), resulte más simple. En base a dicho modelo, realizaremos las predicciones.

Recapitulación

A lo largo de este tema:

- Se ha construido la clase de modelos Box-Jenkins.
- Se han propuesto métodos para identificar sus órdenes:
  - Basados en el estudio de sus fas y fap muestrales.
  - Basados en el estudio de las funciones AIC, AICC y BIC.
- Se han propuesto estimadores de sus parámetros y se han mostrado algunas de sus propiedades asintóticas.
- Se han propuesto técnicas para chequear el modelo ajustado.
- Se han propuesto métodos para predecir sus valores futuros, y se han construido intervalos de predicción.