5.4 Estimación del modelo de Möbius de series de tiempo

En esta sección realizaremos la estimación del modelo de Möbius de series de tiempo (4.4) para los datos horarios perturbados de la dirección de viento recogida en la estación meteorológica A Mourela. Comenzamos esta sección realizando un estudio de la dependencia en los datos de dirección de viento. Para ello estudiamos el coeficiente de autocorrelación basado en la estimación de la correlación circular entre dos variables aleatorias $\varTheta$, $\varPhi$ introducido por Fisher y Lee (1983).

$$\rho_T = \frac{\mathbf{E}\left[sen(\varTheta_1 - \varTheta_2)sen(\varPhi_1 - \varPhi_2)\right]}{\left\{\mathbf{E}\left[sen^2(\varTheta_1 - \varTheta_2)\right]\mathbf{E}\left[sen^2(\varPhi_1 - \varPhi_2)\right]\right\}^{1/2}}$$

Si tomamos $(\varTheta_1, \varPhi_1)$ y $(\varTheta_2, \varPhi_2)$ independientes e uniformente distribuídas como $(\varTheta, \varPhi)$ obtenemos el estimador de ρ_T

$$\hat{\rho}_T^k = \frac{\sum_{1\leq i<j\leq n} sen(\theta_i - \theta_j)sen(\phi_i - \phi_j)}{\left[\sum_{1\leq i<j\leq n} sen^2(\theta_i - \theta_j)\sum_{1\leq i<j\leq n} sen^2(\phi_i - \phi_j)\right]^{1/2}}$$

Por conveniencia tomamos $\phi_i = \theta_{i+k},\ i = 1, \ldots, n-k$ luego tenemos (n-k) pares

$$(\phi_1, \theta_1), (\phi_2, \theta_2), \ldots, (\phi_{n-k}, \theta_{n-k})$$

Por tanto, podemos calcular la autocorrelación circular k-lag $\hat{\rho}_T^k$ como

$$\hat{\rho}_T^k = \frac{\sum_{1\leq i<j\leq n-k} sen(\theta_i - \theta_j)sen(\phi_i - \phi_j)}{\left[\sum_{1\leq i<j\leq n-k} sen^2(\theta_i - \theta_j)\sum_{1\leq i<j\leq n-k} sen^2(\phi_i - \phi_j)\right]^{1/2}}$$

Luego si representamos $\hat{\rho}_T^k$ frente a k obtendremos el correlograma circular (Figuras 5.30, 5.33, 5.36, 5.39); dónde se observa que los datos son dependientes; lo que también se observa al representar la serie de tiempo de la dirección del viento frente a sus retardos, en cada uno de los periodos (Figuras 5.31, 5.34, 5.37, 5.40).

Al construir el modelo de Möbius de series de tiempo (4.4) hemos tenido que obtener los parámetros α, ω, κ (Tabla 5.3) dónde $\omega \in [-1, 1]$ y $-\pi\ \alpha < \pi$. El modelo de series de tiempo obtenido en cada uno de los periodos modeliza bien nuestros datos de dirección de viento (Figuras 5.32, 5.35, 5.38, 5.4).

	α	ω	κ
Primer periodo	-0.7492	0.9634	4.12
Segundo periodo	0.5133	0.9296	4.09
Tercer periodo	-0.1431	0.9644	4.11
Cuarto periodo	-1.3190	0.9382	4.11

Tabla 5.3: Estimaciones de los parámetros que están involucrados en la otención del modelo de Möbius de series de tiempo

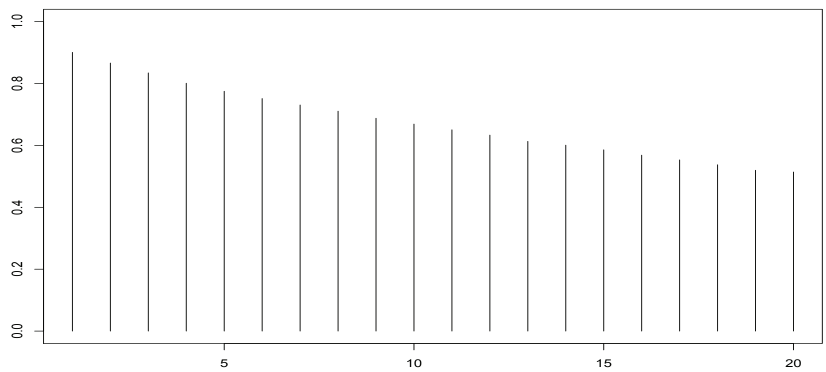

Figura 5.30: Autocorrelaciones circulares para dirección de viento del primer periodo de 2010

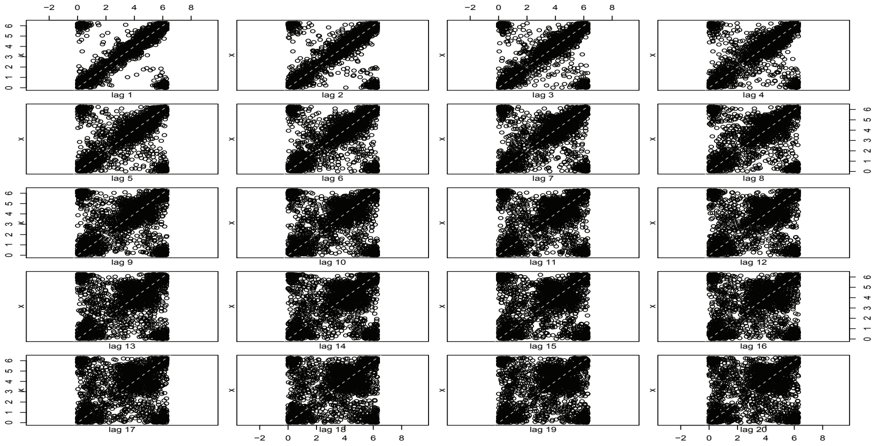

Figura 5.31: Representación de la serie de tiempo de la dirección del viento del primer periodo de 2010 frente a sus retardos.

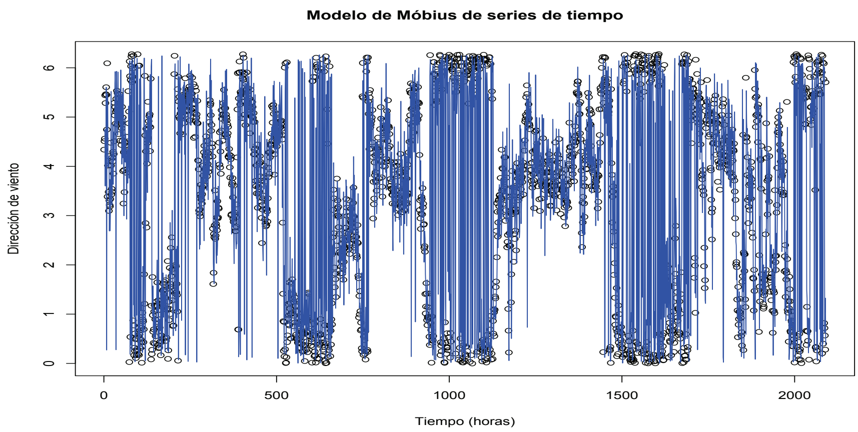

Figura 5.32: Serie de tiempo de la dirección de viento del primer periodo de 2010

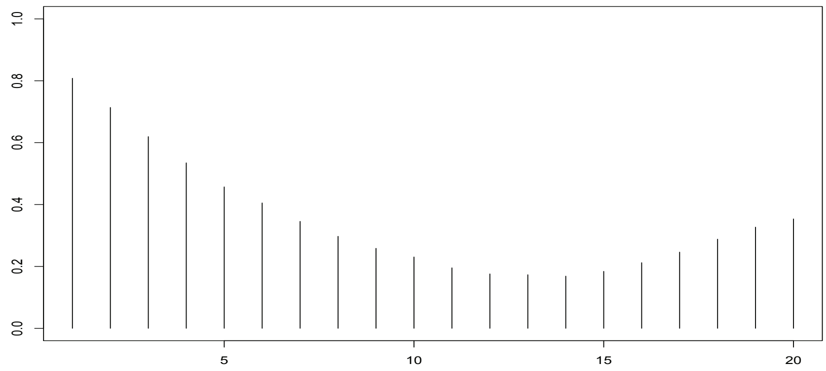

Figura 5.33: Autocorrelaciones circulares de la dirección de viento del segundo periodo de 2010

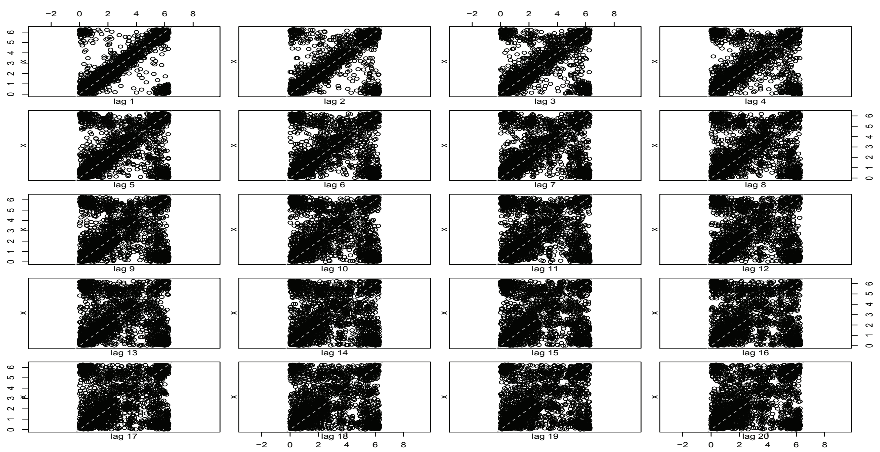

Figura 5.34: Representación de la serie de tiempo de la dirección del viento del segundo periodo de 2010 frente a sus retardos.