

Estadística noparamétrica. Trabajo 1.

Máster en Técnicas Estadísticas. Curso 2009-2010

El Bootstrap no siempre funciona...

Consideremos X_1, \dots, X_n una m.a.s. de $X \sim U(0, \theta)$. El estimador de máxima verosimilitud de θ se calcula como:

$$\hat{\theta}_{ML} = \text{máx}\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(n)}.$$

1. Para $\theta = 1$ y $n = 50$, calcula la función de distribución de $\hat{\theta}_{ML}$ y su varianza.
2. Aproxima mediante Bootstrap la función de distribución de $\hat{\theta}_{ML}$. Para ello, genera $B = 1000$ remuestras Bootstrap X_1^*, \dots, X_n^* a partir de F_n (distribución empírica de la muestra original). ¿Qué puedes decir de la aproximación obtenida?
3. Demuestra que el estimador de máxima verosimilitud en el mundo Bootstrap $\hat{\theta}_{ML}^*$ verifica¹:

$$\mathbb{P}(\hat{\theta}_{ML}^* = \hat{\theta}) \approx 0'632$$

4. Propón otro mecanismo de remuestreo que imite mejor la distribución de $\hat{\theta}_{ML}$.

¹Pista: demuestra que $\mathbb{P}(\hat{\theta}_{ML}^* = \hat{\theta}) = 1 - (1 - 1/n)^n$.