

9. Modelos espacio-tiempo

En esta sección se consideran variables aleatorias $Z(x, t) = m(x, t) + Y(x, t)$ con componente espacial, x , y componente temporal, t .

El hecho de considerar la variable de interés como una función aleatoria en un espacio de dimensión $d+1$ no es una buena idea. Si se pudiesen establecer condiciones razonables de estacionariedad para el proceso, considerando ahora distancias $h \in \mathbb{R}^d \times T$, el problema podría ser resuelto con las ecuaciones habituales del kriging. El problema radica en el hecho de que este tipo de procesos no son nunca isotrópicos en el contexto espacio-tiempo puesto que eso implicaría que un salto espacial es igual a un salto temporal. Claramente, la componente de tiempo necesita un tratamiento diferenciado.

Suele asumirse que las observaciones de la función aleatoria $Z(x, t)$ se registran en intervalos regulares de tiempo y en un conjunto fijo de localizaciones. Bajo estas condiciones suele asumirse que el proceso es estacionario de segundo orden con covariograma:

$$C(h, \tau) = \text{Cov}(Z(x, t), Z(x + h, t + \tau)) = f(\gamma_s(h), \gamma_t(\tau)),$$

o intrínsecamente estacionario con semivariograma:

$$\gamma(h, \tau) = \frac{1}{2}E[(Z(x, t) - Z(x + h, t + \tau))^2] = f(\gamma_s(h), \gamma_t(\tau)).$$

Cuando $h = 0$ se recoge la variabilidad en el tiempo. Aquí toda la teoría de series de tiempo es aplicable.

Cuando $\tau = 0$ se recoge la variabilidad espacial. Puede entonces aplicarse la teoría de variables aleatorias regionalizadas.

Por simplicidad, suele asumirse que las variaciones en espacio y en tiempo son totalmente separables. Así, se considera alguno de los siguientes modelos:

- $\gamma(h, \tau) = f(\gamma_s(h), \gamma_t(\tau)) = \gamma_s(h) + \gamma_t(\tau)$
- $\gamma(h, \tau) = f(\gamma_s(h), \gamma_t(\tau)) = \gamma_s(h) \times \gamma_t(\tau)$

Ejercicio 3. Predicción kriging puntual. Representación gráfica de los valores y de las varianzas de predicción. Estimación de la tendencia, en el caso de que la haya. Validación de la predicción mediante el procedimiento de validación cruzada.

Debéis entregarlo, como muy tarde, el 9 de abril.

Observaciones para el ejercicio 3. Este es la continuación del ejercicio 2. Con la misma base de datos y con el semivariograma ya ajustado debéis completar el estudio de la variable regionalizada que os ha tocado. Como soy consciente de que no todos los ficheros de datos tienen la misma dificultad, daré especial importancia a:

1. La elección razonable de un conjunto de localizaciones sobre las que realizar la predicción.
2. La elección razonable del tipo de kriging a realizar: simple, ordinario o universal. Estimación de la tendencia en el caso de kriging univesral.
3. La representación gráfica de las predicciones y las varianzas de predicción.
4. Es obligatorio realizar una validación de la predicción sobre los datos muestrales. Con el **R** puede llevarse a cabo una validación cruzada tradicional en donde se suprime la observación de la variable $Z(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ y se predice con las restantes $n - 1$ observaciones.

Ejemplo del ejercicio 3. En la secuencia de aprendizaje encontraréis un fichero pdf en donde se continúa el estudio de la variable regionalizada cocentración de cobre del fichero meuse.

Ejercicio 4. Para completar este bloque de Geoestadística está previsto que hagáis un pequeño cuestionario tipo test de dificultad media. Tendréis que contestar a siete cuestiones que podrán tratar sobre cualquier apartado incluido hasta el momento en estos apuntes.

Observaciones para el ejercicio 4.

1. Para el cuestionario dispondréis de un tiempo limitado de 20 minutos.
2. Las preguntas serán seleccionadas aleatoriamente de una base de datos, por lo que las cuestiones no coincidirán en todos los cuestionarios.
3. Sólo podréis contestar al cuestionario una vez, sin posibilidad de repetir.

4. Obviamente podréis utilizar todo el material que consideréis necesario, pero conviene que lo tengáis todo revisado para que podáis contestar dentro de los 20 minutos previstos.
5. El cuestionario estará disponible desde el lunes 5 al viernes 9 de abril.