



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



UNIVERSIDADE  
DE VIGO

## Control Estadístico de la Calidad 2009

### Tema 7. Otros gráficos de Control univariantes

Salvador Naya  
Departamento de Matemáticas  
Universidad de A Coruña

## Contenido del tema

- Gráficos de Medias individuales.

## Contenido del tema

- Gráficos de Medias individuales.
- Gráficos CUSUM.

## Contenido del tema

- Gráficos de Medias individuales.
- Gráficos CUSUM.
- Gráficos de control de Medias ponderadas (EWMA).

## Contenido del tema

- Gráficos de Medias individuales.
- Gráficos CUSUM.
- Gráficos de control de Medias ponderadas (EWMA).
- Alternativas estadísticas a los gráficos de control. Filosofía del Control Ingenieril de Procesos y del Precontrol.

## Contenido del tema

- Gráficos de Medias individuales.
- Gráficos CUSUM.
- Gráficos de control de Medias ponderadas (EWMA).
- Alternativas estadísticas a los gráficos de control. Filosofía del Control Ingenieril de Procesos y del Precontrol.
- Ejercicios.

## rangos móviles o la agrupación por bloques

Cuando se tiene que el tamaño muestral es uno, no podemos calcular los gráficos de medias vistos en el tema anterior. Este tipo de situaciones suele darse en la industria química en la que no tiene sentido tomar muestras de una misma mezcla ya que la variabilidad encontrada será producto del mecanismo usado para la medida y no de la característica analizada. Por ejemplo en el caso de analizar muestras de licores de un mismo tanque de producción no tiene sentido seleccionar más de una muestra de un mismo tanque. El problema en este tipo de estudio estriba en estimar la varianza, para ello pueden emplearse dos métodos: el de rangos móviles o la agrupación por bloques.

## rangos móviles o la agrupación por bloques

El método de rangos móviles consiste en agrupar  $n$  medias individuales consecutivas con intención de formar una submuestra que permita estimar los rangos. Una vez creado el primer grupo, se irán agrupando sucesivamente las muestras incorporando la nueva observación y eliminando la primera de cada muestra.

Por otra parte, cuando exista alguna razón que pueda justificar la agrupación de los datos en bloques puede recurrirse a formar los grupos con estos datos. Por ejemplo en una fábrica de cerveza en la que se tienen dos tanques podría agruparse la producción diaria en 2 bloques formados por la producción diaria en cada tanque.

Para estimar los límites de control en este caso se procede como con el gráfico de la media pero tomando el tamaño de submuestra igual a 1. Siguiendo utilizándose la misma nomenclatura para el cálculo del estimador de la media,  $\bar{\bar{x}}$ , quedando los límites de control

$$\bar{\bar{x}} \pm Z_{\alpha/2}\sigma$$

## rangos móviles o la agrupación por bloques

La estimación de  $\sigma$  puede hacerse utilizando la media de las desviaciones típicas  $\overline{s}_n$ , la media de los rangos  $\overline{R}$ , o la media de las cuasidesviaciones  $\overline{s}_{n-1}$  :

$$\overline{\bar{x}} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\overline{s}_n}{c_{2,n}}$$

$$\overline{\bar{x}} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\overline{R}}{d_{2,n}}$$

$$\overline{\bar{x}} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\overline{s}_{n-1}}{c_{4,n}}$$

## rangos móviles o la agrupación por bloques

En el supuesto más clásico de usar criterios  $3\sigma$  suele utilizarse unas constantes ( $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$ ), resultando las fórmulas para gráficos individuales:

$$\bar{\bar{x}} \pm E_1 \bar{s}_n$$

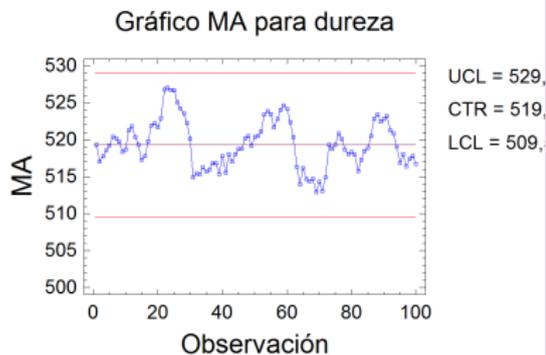
$$\bar{\bar{x}} \pm E_2 \bar{R}$$

$$\bar{\bar{x}} \pm E_3 \overline{s_{n-1}}$$

Al igual que ocurría en los gráficos de variables también en el caso de medidas individuales debe hacerse el gráfico para las desviaciones o recorridos, con objeto de controlar la variabilidad de los datos y no sólo el valor nominal.

# Ejemplo de Control de calidad de un acero con muestras individuales

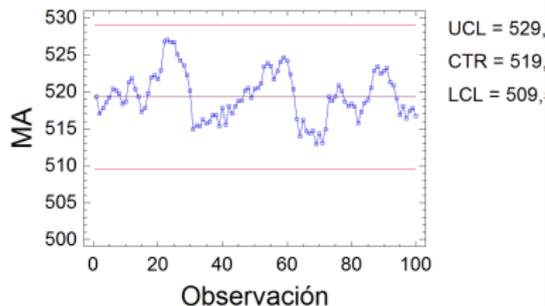
## Gráficos individuales



# Ejemplo de Control de calidad de un acero con muestras individuales

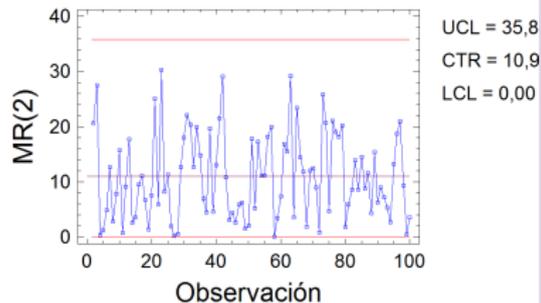
## Gráficos individuales

Gráfico MA para dureza



## Gráfico de control de rangos individual

Gráfico MR(2) para dureza



## Ejemplo

Una destilería envasa diariamente el aguardiente producido en dos tanques. Se está interesado en controlar el grado de alcohol del aguardiente elaborado para lo que se recogen los resultados de los análisis durante 10 días consecutivos resultando los datos de la siguiente tabla:

día	tanque 1	tanque 2	Rango
1	44,497	43,982	0,515
2	44,354	44,032	0,322
3	44,523	44,127	0,396
4	44,12	44,089	0,031
5	43,576	43,767	0,191
6	44,546	43,451	1,095
7	43,221	44,448	1,227
8	44,549	43,546	1,003
9	43,337	43,539	0,202
10	43,486	43,9	0,414

## Ejemplo

En este caso la media de todos los datos resulta  $\bar{\bar{x}} = 43,9545$ , se ha utilizado la agrupación por bloques, producción de un mismo día, el estimador de la desviación típica utilizando el rango medio resulta:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_{2,2}} = \frac{0,5396}{1,128} = 0,47837$$

Los límites de control para este gráfico quedan:

$$\bar{\bar{x}} \pm E_{2,2}\bar{R} = 43,9545 \pm 2,66(0,5396)$$

$$LCI = 43,9545 - 2,66(0,5396) = 42.519$$

$$LCS = 43,9545 + 2,66(0,5396) = 45.390$$

El correspondiente gráfico para los recorridos se calcularía:

## Ejemplo

Si en vez de usar el método de agrupación por bloques utilizáramos medias móviles de orden 3, se agruparán los datos en grupos de forma que el primero esté constituido por las 3 primeras mediciones, el segundo se forma añadiendo la cuarta medición y eliminando la primera, procediendo de este modo hasta completar todas las posibilidades, como aparece en la siguiente tabla:

x1	x2	x3	Rango (orden 3)
44,497	43,982	44,354	0,515
43,982	44,354	44,032	0,372
44,354	44,032	44,523	0,491
44,032	44,523	44,127	0,491
44,523	44,127	44,12	0,403
44,127	44,12	44,089	0,038
44,12	44,089	43,576	0,544
44,089	43,576	43,767	0,513
43,576	43,767	44,546	0,97

## Ejemplo

El rango medio en este caso (media de los rangos de orden 3) resulta  $\bar{R} = 0,6862$

el estimador de la desviación típica utilizando el rango medio resulta:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_{2,3}} = \frac{0,6862}{1,693} = 0,40532$$

Los límites de control para este gráfico quedan:

$$\bar{\bar{x}} \pm E_{2,3}\bar{R} = 43,9545 \pm 1,772(0,6862)$$

$$LCI = 43,9545 - 1,772(0,6862) = 42.739$$

$$LCS = 43,9545 + 1,772(0,6862) = 45.17$$

## Ejemplo

El correspondiente gráfico para los recorridos se calcularía:

$$\bar{R} = 0,6862$$

$$LCI = D_{3,3}\bar{R} = 0(0,6862) = 0$$

$$LCS = D_{4,3}\bar{R} = 2,575(0,6862) = 1.7670$$

Si en lugar de usar medias móviles de orden 3 se utilizan medias de orden 2, para lo que se agruparían los datos en submuestras de tamaño 2, primera y segunda observación, segunda y tercera, y así sucesivamente, los nuevos gráficos resultarían las siguientes estimaciones:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_{2,2}} = \frac{0,517211}{1,128} = 0,45852$$

## Ejemplo

Los límites de control para este gráfico quedan:

$$\bar{\bar{x}} \pm E_{2,2}\bar{R} = 43,9545 \pm 2,66 (0,51721)$$

$$LCI = 43,9545 - 2,66 (0,51721) = 42.579$$

$$LCS = 43,9545 + 2,66 (0,51721) = 45.33$$

El correspondiente gráfico para los recorridos se calcularía:

$$\bar{R} = 0,51721$$

$$LCI = D_{3,2}\bar{R} = 0 (0,51721) = 0$$

$$LCS = D_{4,2}\bar{R} = 3,267 (0,51721) = 1.6897$$

## Construcción del gráfico CUSUM

Los gráficos para la media de Shewhart permiten tomar decisiones sobre si el proceso se encuentra en control o no basándose en los datos de cada submuestra, no aprovechando toda la información contenida en el estudio. Como alternativa Page (1954) propuso el denominado gráfico de sumas acumulativas o gráficos CUSUM (Cumulative Sum) que basan la decisión analizando toda o la mayor parte de la muestra, concretamente usará el estadístico  $s_r$

$$s_r = \sum_{i=1}^r (\bar{x}_i - \mu_0)$$

## Construcción del gráfico CUSUM

Este estadístico tiene en cuenta las  $r$  primeras submuestras para tomar la decisión sobre la muestra  $r$ -ésima. El gráfico CUSUM es la representación de las sumas acumuladas de las desviaciones entre cada dato, en este caso la media muestral ( $\bar{x}_i$ ), y un valor de referencia ( $\mu_0$ ). Bajo supuestos de normalidad es evidente deducir la distribución del estadístico  $s_r$  :

$$s_r \in N \left( r(\mu - \mu_0), \frac{r\sigma_0^2}{n} \right)$$

Cuando sea cierta la hipótesis nula  $\mu = \mu_0$ , las sumas acumuladas  $s_r$  tendrán media 0, con lo que es de esperar que oscilen alrededor de la recta  $y = 0$ . En el caso en que la hipótesis no sea cierta los valores graficados de las sumas  $s_r$  serán crecientes o decrecientes dependiendo del signo de  $\mu - \mu_0$ , lo que permitirá detectar salidas de control eligiendo convenientemente los límites.

Suelen ser efectivos cuando en un proceso se produce un desajuste

## Construcción del gráfico CUSUM

Los gráficos CUSUM pueden construirse tanto para medidas individuales como para algún estadístico, media, varianza..., de muestras de tamaño  $n > 1$ . Supongamos que se desea controlar la evolución de una variable  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , donde  $\sigma$  es conocida o se posee una estimación.

El CUSUM algorítmico (o tabular) calcula las desviaciones de cada valor respecto del valor objetivo o nominal  $\mu$ . Se distinguirá entre desviaciones positivas y negativas, puesto que en muchas situaciones ambas desviaciones no tienen la misma repercusión.

## Construcción del gráfico CUSUM

Es necesario definir un valor  $K$  a partir del cual se considera que la desviación acumulada es significativa. Este valor determinará la sensibilidad del gráfico de control. Si la suma acumulada hasta la observación  $i$ -ésima es menor que cierto umbral  $K$ , se considera que la desviación acumulada es cero. Si el gráfico es insensible a desviaciones no significativas, será más fácil visualizar las desviaciones que sean significativas. La representación gráfica será más limpia. Uniendo esta idea de desviación significativa con las de separación de desviaciones positivas y negativas se tendrán dos tipos de sumas significativas acumuladas:  $C_i^+$  para las desviaciones positivas y  $C_i^-$  para las negativas. Estas sumas acumuladas se definen de la siguiente forma:

- $C_i^+$  = acumulación de desviaciones positivas significativas:

$$C_i^+ = \max\{0, C_{i-1}^+ + (X_i - \mu) - K\}$$

## Construcción del gráfico CUSUM

De esta forma, si el proceso está bajo control, la variable  $X$  tomara valores cercanos al nominal y el termino  $C_i^+$  tendera a tomar valores nulos.

- $C_i^-$  =acumulación de desviaciones negativas significativas:

$$C_i^- = \text{mín}\{0, C_{i-1}^+ - (X_i - \mu) - K\}$$

El valor de  $K$  se suele elegir en función de la desviación que se quiera detectar. Supongamos que el valor nominal de la variable de interés es  $\mu$ .

## Construcción del gráfico CUSUM

Los valores de las sumas acumuladas se han de comparar con el valor máximo admisible. Este valor, denominado valor de decisión  $H$  suele ser  $H = h\sigma$ , donde se recomienda que  $h = 5$  y por tanto  $H = 5\sigma$  (algunos autores también recomiendan valores de  $h = 4$ ). Los valores  $\pm H$  son los límites de control de este gráfico.

## Estrategia de Respuesta Inicial Rápida (Fast Initial Response: FIR)

Tras una señal de alarma en el gráfico CUSUM se debe buscar la causa asignable que la originó. Puede suceder que dicha causa exista pero no se encuentre o que existan varias causas concurrentes y sólo parte de ellas sean corregidas. En tales circunstancias, sería deseable que el gráfico volviera a detectar de la salida de control tan rápido como sea posible. Con este fin, existe una estrategia que consiste en sustituir los valores iniciales de  $y$  iguales a 0 por los siguientes valores:

Se ha comprobado que bajo control la FIR no reduce sensiblemente el ARL, y sin embargo sí reduce notablemente el valor ARL para desviaciones pequeñas respecto al valor nominal.

## Mascara V para detección de señales de control)

El procedimiento de la máscara V es el procedimiento más popular de gráfico CUSUM, estando implementado en muchos paquetes estadísticos. La máscara V se basa en la representación grafica del estadístico CUSUM:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0)$$

## Mascara V para detección de señales de control)

aunque algunos programas informáticos utilizan la estandarización de la variable de interés:

$$C_i = i \left( \frac{\bar{x}_j - \mu_0}{\sigma} \right)$$

donde  $\mu_0$  es el valor nominal de referencia y  $\sigma$  la desviación típica (conocida o estimada) de la variable de interés.

## Mascara V para detección de señales de control)

La máscara V, es un ángulo junto con una línea horizontal. El extremo izquierdo de la línea horizontal (punto 0) se coloca en una de las observaciones (la que se quiere contrastar), y en el extremo derecho de dicho segmento horizontal (punto V) se coloca el vértice del ángulo. En estas plantillas, la distancia OP y el ángulo  $\theta$  determinan la sensibilidad del gráfico de control.

Usualmente la máscara se sitúa sobre el último punto dibujado. Si alguno de los puntos previamente dibujados es recubierto por la máscara, es que ha ocurrido un cambio. Los puntos cubiertos por la parte superior de la máscara indican un decrecimiento en la media del proceso, en tanto que los cubiertos por la parte inferior de la máscara indican un incremento en la media del proceso. El primer punto recubierto por la máscara indica, aproximadamente, el tiempo en el que ocurrió el cambio. Cuando no hay puntos anteriores cubiertos por la máscara, es que el proceso está en control.

## Mascara V para detección de señales de control)

Muchos paquetes informáticos utilizan el procedimiento de Johnson y Leone para determinar  $f_{071}$  y la distancia  $d$  (distancia del segmento OP). Estos parámetros se fijan de la siguiente forma:

$$d = \frac{h}{K} = \frac{2}{\delta^2} \frac{\sigma^2}{\bar{n}} \ln \left( \frac{1 - \beta}{\alpha/2} \right)$$

$$\theta = \arctan \left( \frac{\delta}{2A} \right)$$

## Mascara V para detección de señales de control)

A depende de la escala del gráfico. Es la distancia horizontal entre puntos sucesivos del eje de abscisas medida en las unidades del eje de ordenadas. Si el grafico se realiza con un programa estadístico este parámetro viene ya predeterminado y no necesita calcularlo el analista.

$\delta$  es la sensibilidad del análisis y es el grado de desajuste que queremos detectar, en número de desviaciones típicas. Si queremos detectar que la media aumente de  $\mu_0$  a  $\mu_1$  se tiene que

$$\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$$

$\alpha$  es la probabilidad de una falsa alarma cuando el proceso está bajo control.

$3b_2$  es la probabilidad de NO detectar una desviación  $\delta$ .

$\bar{n}$  es el promedio de los tamaños muestrales. Si el grafico es de observaciones individuales  $\bar{n}= 1$

## Mascara V para detección de señales de control)

En el Manual de calidad de Juran se presenta una versión simplificada de este procedimiento, elaborado a partir de una serie de simplificaciones y valores de parámetros de aplicación frecuente, y cuyos pasos son los siguientes:

1. Obtener una estimación del error estándar del estadístico que se dibuja; por ejemplo, puede ser obtenido de un gráfico de recorridos de otro estimador apropiado. Si se utiliza un gráfico de recorridos, el estimador es  $\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$ .
2. Determinar la mínima variación en la media  $D$  que se desea poder detectar. Calcular:

$$\delta = \frac{D}{\sigma_{\bar{X}}}$$

## Mascara V para detección de señales de control)

3. Determinar el nivel de significación  $\alpha$  al que se desea tomar las decisiones. Para límites equivalentes a  $3\sigma$ , el nivel de significación es  $\alpha = 0,00135$ .
4. Determinar el factor de escala  $k$ . Es el factor entre las escalas del eje vertical (estadístico considerado) respecto al eje horizontal (numeración de las muestras). Ewan (1963) recomendaba que era conveniente que  $k$  fuese un valor comprendido entre  $\sigma_{\bar{X}}$  y  $2\sigma_{\bar{X}}$ , preferentemente cercano a  $2\sigma_{\bar{X}}$ .
5. Obtener la distancia principal  $d$  de la tabla siguiente utilizando el valor de  $\delta$  obtenido en la etapa .

$\delta$	$\theta$	$d$
0,2	50'43'	330,4
0,4	11'19'	82,6
0,5	14°00'	52,9
0,6	16'42'	36,7
0,8	21'48'	20,6

## Mascara V para detección de señales de control)

6. Obtener el ángulo  $\theta$  de la máscara de la tabla anterior hallando  $D/k$ , igualando a  $\delta$  en la tabla y leyendo  $\theta$ . Se debe utilizar interpolación lineal si fuese necesario.

Utilizar  $d$  y  $\theta$  para construir la máscara en V.

El tamaño de las muestras para el gráfico CUSUM de medias es el mismo que para un gráfico  $\bar{x}$ . Sin embargo, Ewan (1963) sugiere, para obtener los mejores resultados, que se debe utilizar  $n = 2,25s^2/D$  donde  $s$  es una estimación de la desviación típica del proceso.

En algunos procesos no es conveniente utilizar la máscara V. Se puede utilizar un método alternativo de tabulación que está muy bien adaptado a las aplicaciones con ordenador. Es equivalente al método de recorrido con la máscara.

También suele utilizarse otros procedimientos como el Nomograma de Kemp para la construcción de la máscara, en este caso se fija el ARL correspondiente a la situación bajo control (es decir para  $\mu_0$ )

## Mascara V para detección de señales de control)

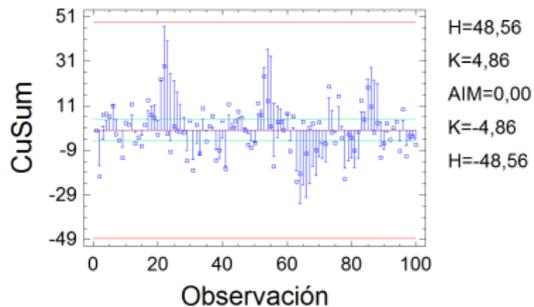
Ewan (1963) compara los gráficos CUSUM y los para distintos cambios en la media del proceso. Para cambios entre  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , el gráfico CUSUM detecta el cambio con menos muestras de las que son necesarias en un gráfico de medias. Para cambios mayores, no presentan ventaja los gráficos CUSUM. La conclusión de Ewan supone que el gráfico sólo utiliza la regla de un punto fuera de los límites de control.

Si se utilizan otros criterios de existencia de situación de fuera de control (investigación de tendencias), entonces disminuye la ventaja de los gráficos CUSUM.

# Ejemplo de gráficos CUSUM

## Cusum H para el acero

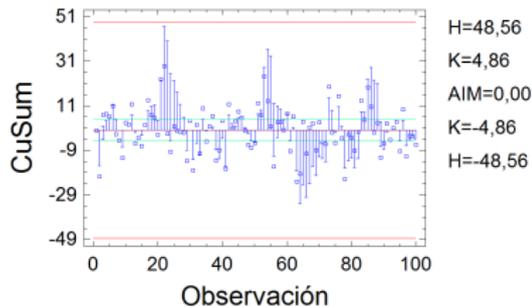
Gráfico de Estado CuSum para dureza



# Ejemplo de gráficos CUSUM

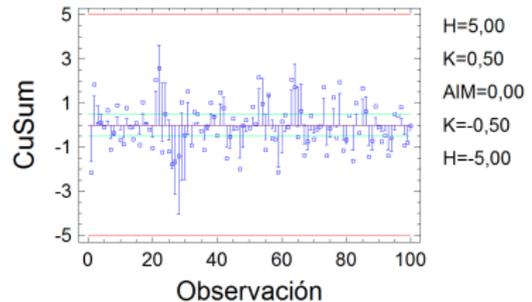
## Cusum H para el acero

Gráfico de Estado CuSum para dureza



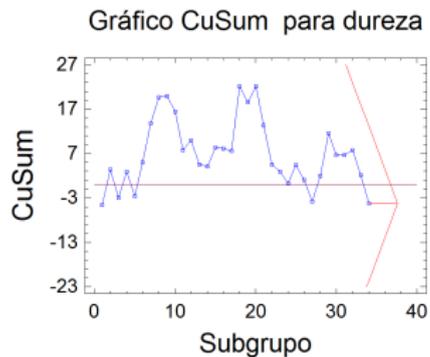
## Gráfico de control de Escala para el acero (CUSUM H)

Escala de Gráfico de Estado Cusum para dureza



# Ejemplo de CUSUM con Máscara

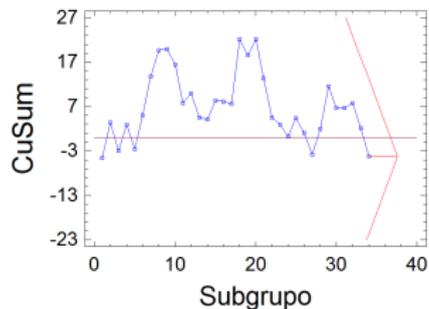
## Cusum con máscara para el acero



# Ejemplo de CUSUM con Máscara

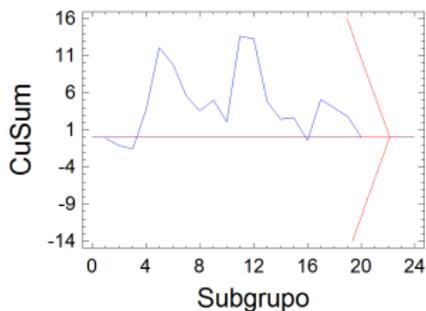
## Cusum con máscara para el acero

Gráfico CuSum para dureza



## Gráfico CUSUM de orden 5 con máscara

Gráfico CuSum para dureza



## Introducción

Gráficos de control de medias móviles ponderadas exponencialmente (EWMA)

El gráfico de medias móviles con ponderación exponencial o gráfico EWMA (Exponentially Weighted Moving Average), fue introducido primeramente por Roberts (1959) y luego por Wortham y Ringer (1971), que lo propusieron para aplicarlo en procesos industriales, en sistemas de control en finanzas y en dirección, para las que los subgrupos formados por varios elementos no son aplicables.

Al igual que los gráficos CUSUM, son útiles para detectar pequeños cambios en la media.

Para este tipo de gráficos se toman normalmente datos individuales. Las observaciones individuales pueden ser medias (cuando las observaciones individuales de las que provienen las medias no están disponibles), lecturas individuales, cocientes, proporciones, o medidas similares.

## Construcción del gráfico

El estadístico dibujado es la media ponderada de la observación actual y todas las observaciones precedentes, donde la media previa recibe más peso, es decir,

$$Z_t = \lambda x_t + (1 - \lambda)Z_{t-1} \quad 0 < \lambda < 1$$

Donde:

- $Z_0 = \mu$
- $Z_t$  = media móvil ponderada exponencialmente en el tiempo actual  $t$ .
- $Z_{t-1}$  = media móvil ponderada exponencialmente en el tiempo inmediatamente precedente  $t - 1$ .
- $x_t$  = la observación presente.
- $\lambda$  es el factor de ponderación para la observación actual.

## Construcción del gráfico

Si se cumplen las hipótesis de independencia y estabilidad sobre los  $x_t$ , se tiene que:

$$E(Z_t) = \mu$$

Y

$$\text{Var}(Z_t) = \sigma^2 \frac{\lambda(1 - \lambda)^{2t}}{2 - \lambda}$$

Cuando  $t$  aumenta, el último término entre paréntesis en la parte derecha converge rápidamente hacia uno, y la correspondiente expresión para la varianza se transforma en

$$\text{Var}(Z_t) = \sigma^2[\lambda/(2 - \lambda)]$$

## Construcción del gráfico

Eligiendo  $\lambda = 2/(t + 1)$ , la expresión aproximada de la varianza se transforma en  $Var(Zt) \approx \sigma^2/t$  (varianza de medias de muestras de  $t$  elementos)

Bajo estas condiciones, los límites de control se transforman en  $\hat{\mu} \pm 3\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{t}}$ . Para otros valores de  $\lambda$ , los límites de control son:

$$LSC = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$
$$LIC = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

## Construcción del gráfico

Para las primeras observaciones, se debe utilizar la primera ecuación para la varianza. Si no se tiene una buena estimación para  $\sigma$ , se debe utilizar un grafico de recorridos y estimar por  $\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$ . En el caso de valores individuales, el recorrido móvil medio se puede utilizar en la forma en que se hizo para los gráficos de control de valores individuales.

## Construcción del gráfico

El gráfico EWMA puede expresarse de la forma general:

$$Z_{t,k} = \sum_{i=1}^k (w_i \bar{x}_{t-i+1}) + a$$

En donde  $t$  es el instante actual,  $k$  es el número de medias consideradas en cada punto y que se llama orden del gráfico,  $w_i$  son los  $k$  pesos considerados y  $a$  es una constante que puede ser nula. Con esta expresión general pueden obtenerse distintos gráficos:

- Si  $k = 1$ ,  $w_i = 1$  y  $a = 0$  obtendríamos el gráfico de Shewart para la media
- Si  $w_i = 1$  y  $a = -k\mu_0$  se obtiene el gráfico CUSUM en donde:

$$S_{t,k} = \sum_{i=1}^k (\bar{x}_{t-i+1} - \mu_0) = \sum_{i=1}^k \bar{x}_{t-i+1} - k\mu_0$$

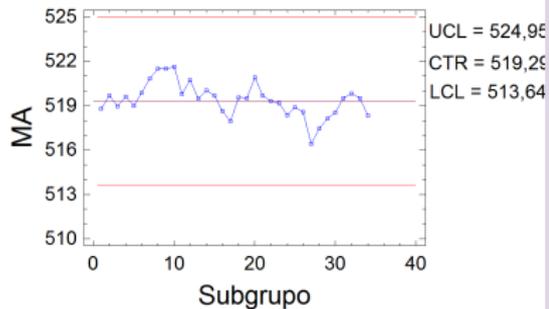
## Construcción del gráfico

Al igual que el gráfico CUSUM, el gráfico EWMA es más efectivo que el gráfico de medias para detectar pequeños cambios en la media; sin embargo, ambos gráficos funcionan peor que el gráfico de medias para grandes cambios. Para superar esta dificultad, algunos autores han propuesto representar los límites de Shewhart y los límites EWMA en el mismo gráfico (véase, por ejemplo, Albin et al. 1997).

# Ejemplo de Gráficos EWMA para el acero

## EWMA de orden 3

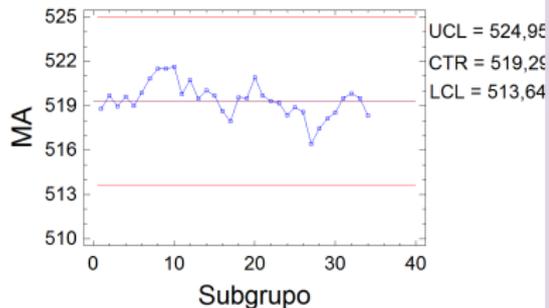
Gráfico MA para dureza



# Ejemplo de Gráficos EWMA para el acero

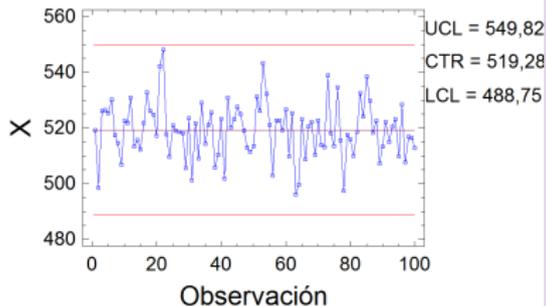
## EWMA de orden 3

Gráfico MA para dureza



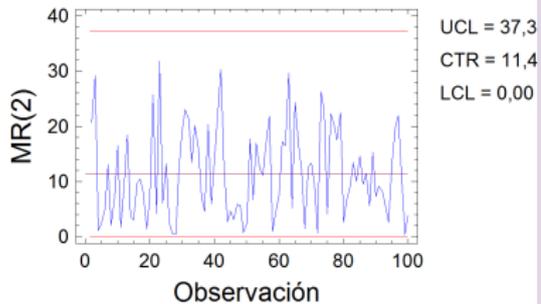
## Gráfico ARIMA para el acero

Gráfico ARIMA para dureza



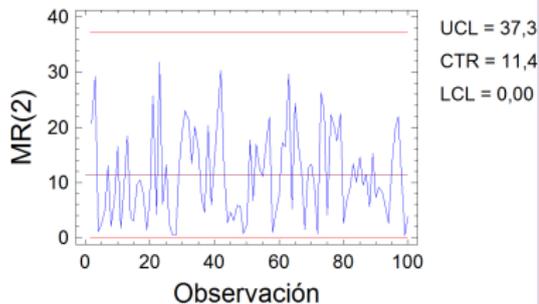
## ARIMA

Gráfico MR(2) para dureza



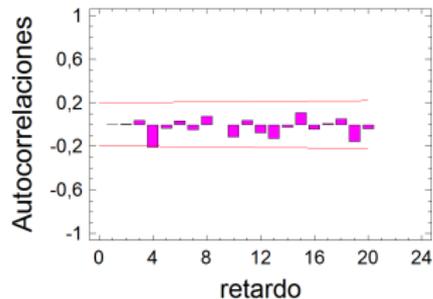
## ARIMA

Gráfico MR(2) para dureza



## Gráfico Autocorrelaciones para el modelo ARIMA

Autocorrelaciones Residuales para dureza



## Referencias

-  BOX, G.E.P., HUNTER, W. Y HUNTER, J.S. (2008). *Estadística para Investigadores*. Reverté.
-  ROBERTS S., (1959), *Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages*. *Technometrics* 1, 239-250.
-  MONTGOMERY D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*. Wiley.
-  PAGE E. S., (1955), *Control Charts with Warning Limits* *Biometrika*, 42, 243-257.
-  PAGE E. S., (1962). *A modified Control Chart with warning lines* *Biometrika*, 49, 171-176.