

# 1. TEMA 6: ESTIMACIÓN DE LA CAPACIDAD MEDIANTE ÍNDICES

---

Contenido del tema: Introducción. Concepto probabilístico de capacidad. Índices de capacidad. Índices en metrología dimensional. Intervalos de confianza y contrastes para la estimación de los índices. Ejercicio.

## 1.1. Introducción.

Un número índice es una medida estadística diseñada para poner de manifiesto los cambios de una variable o grupo de variables con respecto a una determinada característica. El empleo de índices es muy habitual en todas las ciencias, y su función principal es la de comparar entre sí individuos o variables. Así en el ámbito económico son empleados índices de morosidad, o los índices conocidos de Gini que permite medir la concentración da riqueza de una población, y que se suele acompañar con la denominada curva de Lorenz. Otro índice ampliamente usado es el conocido como índice de Laspeyres que permite valorar el consumo del año en base a precios del mismo año de estudio, siendo el índice que utiliza institutos nacionales de Estadística como el caso español del INE para la elaboración del IPC.

Algunos de los índices fueron introducidos hace tiempo y con el uso han pasado a ser del manejo diario en muchos ambientes. Un ejemplo podría ser el denominado índice de masa corporal (conocido también como índice de Quetelet en honor a su descubridor) y que se obtiene como el cociente entre la masa (en kg) entre el cuadrado da altura (en metros) de un paciente. Otros índices asociados a sus descubridores son los de Paasche, de Fisher, de Drovisch-Bowley, de Edgeworth-Marshall, de Drovisch-Bowley o el de Wlach.

En el caso del control de calidad los índices permiten medir si un proceso es o no capaz, relacionando la variabilidad con las especificaciones (normalmente fijadas por el cliente). En principio la variabilidad puede ser inherente a la observación, lo que se podría denominar variabilidad “instantánea o natural” o puede estar dada por la diferencia entre las observaciones a lo largo del tiempo. El objeto de los índices de capacidad es estimar valores numéricos que permitan analizar lo “capaz” que puede ser un determinado proceso. N

El uso de índices es habitual en cualquier contexto, pero sin duda donde tiene una gran importancia es dentro del control estadístico de proceso: son los conocidos como índices de capacidad. Un índice de la capacidad de un proceso es un valor numérico que permite tomar decisiones sobre si un proceso es o

no capaz. El modo de interpretarlos suele asociar que valores grandes de estos índices darían un proceso como capaz de producir artículos que cumplen con los requerimientos del cliente.

Por desgracia, las hipótesis tradicionales sobre los datos como la normalidad o la independencia son frecuentemente violadas en muchas situaciones reales no siendo, en estas situaciones, válidos los índices tradicionales. Así, en escenario en la que los supuestos de normalidad o independencia no se verifican, como por ejemplo cuando los datos están correlacionados o cuando pertenecen a las distribuciones no centradas y sesgadas serán necesarios índices específicos. En particular, si la hipótesis de normalidad es violada, es difícil, o incluso imposible, obtener expresiones cerradas para la distribución de probabilidad del estimador del correspondiente índice teórico. Esto significa que en muchos casos, aunque si se podría dar un valor del índice, no sería posible obtener estimaciones con sus correspondientes intervalos de confianza para la capacidad del proceso. Como consecuencia, las estimaciones de capacidad puede estar lejos de los verdaderos parámetros de interés y los fabricantes podrían llevarse a cabo a tomar decisiones equivocadas sobre la calidad del producto.

Muchos autores han estudiado diferentes estimadores de la capacidad del proceso en diversos marcos de distribución. Los recientes avances en el análisis inferencial aplicada a las técnicas de control de calidad han motivado obra teórica sobre la teoría de la distribución de las estimaciones de índices de capacidad (véase, por ejemplo las obras de Chou y Owen, Clements, Pern y Cols y Kotz y Johnson). Este último dio lugar a un debate exhaustivo sobre una serie de índices de capacidad de toma de muestras y sus propiedades. Además, en el caso particular de tratar con datos no normales y los procesos con especificaciones unilaterales, se pueden consultar los trabajos de Somerville y Montgomery, Chen y Pern, Kotz y Lovelace, Shore, Palmer y Tsui, Tang y Than, Chang et al., Pearn y Chen y Kotz y Johnson.

## 1.2. Concepto probabilístico de capacidad

La capacidad de un proceso puede ser medida conociendo la distribución de probabilidad de la variable a controlar. Así, si la característica de calidad es continua y con distribución  $N(\mu, \sigma)$ , cuando el proceso se encuentra bajo control (como se supondrá a lo largo de toda esta sección) casi la totalidad de las unidades producidas (exactamente el 99,73 % de las mismas) se encuentran en un intervalo de amplitud  $6\sigma$ , centrado en el valor nominal,  $\mu$ . Por ello, el intervalo  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$  se denomina de **tolerancias naturales o intrínsecas del proceso**. Teniendo esto en cuenta se define la **capacidad del proceso** como  $6\sigma$ . Matemáticamente, equivale a realizar el cálculo de la probabilidad de que la variable aleatoria  $X$  tome valores en este intervalo, en el caso en que

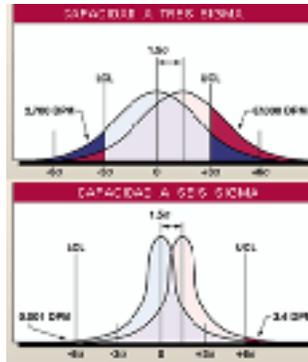


Figura 1-1 Probabilidades con 3 sigma y 6 sigma.

esta variable sea normal, esta probabilidad viene dada por:

$$\begin{aligned}
 P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) &= P(|X - \mu| \leq 3\sigma) = \Phi(3) - \Phi(-3) = \\
 &2\Phi(3) - 1 = 2 \cdot 0,998650 - 1 = 0,9973
 \end{aligned}$$

En este supuesto, los límites de tolerancia natural incluyen el 99,73 % de la variabilidad, o lo que es equivalente sólo el 0,27 % de las observaciones estarían fuera de estos límites de tolerancia natural. Aunque esta puede ser una cantidad pequeña no lo es tanto si se compara con el tanto por millón, pues en un proceso con estas características de calidad se estaría permitiendo la fabricación de 2700 piezas defectuosas por millón de piezas fabricadas, lo que para los mercados actuales es una cantidad desmesurada. Bajo la metodología Seis Sigma se utiliza como medida alternativa a los índices de capacidad su equivalente en piezas o defectos por millón, más comúnmente, DPMO (Defectos por millón de Oportunidades)

$$DPMO = \frac{\text{n}^\circ \text{ total de defectos}}{\text{n}^\circ \text{ unidades} \times \text{n}^\circ \text{ oportunidades}}$$

En la tabla siguiente puede verse como va cambiando la cantidad de defectos por millón (DPM) y la probabilidad en función de que se trate de un contexto de distribución normal centrada o se permita un desplazamiento de  $1,5\sigma$  respecto al valor de la media, que es la capacidad con la que se trabaja en la metodología Seis Sigma. Analizando el valor de los DPM puede informarse al productor en qué nivel se encuentra, si a un nivel de fabricación  $3\sigma$ ,  $4\sigma$ , etc.

Nivel Sigma	Centrada DPM	Desplazada $1,5\sigma$ DPM	Centrada Probabilidad	Desplazada $1,5\sigma$ Probabilidad
$3\sigma$	2693,93	66810,63	0,99730007	0,93318937
$4\sigma$	63,37	6209,7	0,99993663	0,99379030
$5\sigma$	0,574	232,67	0,99999943	0,99976733
$6\sigma$	0,002	3,4	1	0,99999660

### 1.3. Índices de capacidad

Para las definiciones de distintos índices de capacidad, se buscará comparar la variabilidad del proceso con unas especificaciones dadas, bien por el fabricante o bien por el cliente. Se supondrá que el intervalo de especificaciones del proceso es  $(LIE, LSE)$ . La mayor parte de la literatura dedicada al estudio de análisis de capacidad de procesos, con frecuencia, considera cuatro índices,  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_{pmk}$ , cuyas definiciones son las siguientes.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} = \frac{d}{3\sigma}$$

donde  $d = (LSE - LIE)/2$ .

Además del índice  $C_p$  se suele usar su valor porcentual:

$$P = \left( \frac{1}{C_p} \right) 100$$

También son muy empleados los correspondientes índices de capacidad inferior ( $C_{pi}$ ) y superior ( $C_{ps}$ ) y el valor que los minimiza ( $C_{pk}$ ):

$$\begin{aligned} C_{ps} &= \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \\ C_{pi} &= \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \\ C_{pk} &= \min \{C_{pi}, C_{ps}\} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sigma} \end{aligned}$$

Siendo  $M = (LSE + LIE)/2$ . Generalmente, si  $C_{pk} = C_p$  indica que el proceso estaría centrado en torno a la media, mientras que diferencias entre  $C_{pk}$  y  $C_p$  indican descentralización. Este primer índice aparece ya propuesto por Juran en 1974, mientras que el índice  $C_{pk}$  lo propone Kane (1986).

El índice  $C_p$  no tiene en cuenta lo descentrado que se encuentra la media con respecto al valor nominal o Target  $T$ , por lo que se suelen utilizar también los llamados **índices de segunda generación** como el  $C_{pm}$  propuestos por Hsiang y Taguchi (1985) y, también de forma independientemente, por Chan, Cheng, y Spiring (1988):

$$\begin{aligned} C_{pm} &= \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{E[(X - T)^2]}} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\tau}} \\ \tau &= E[(X - T)^2] = \sigma^2 + (\mu - T)^2 \end{aligned}$$

Este índice puede expresarse como:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \xi^2}}$$

$$\xi = \frac{\mu - T}{\sigma}$$

Una forma de estimar el valor  $C_{pm}$  :

$$\hat{C}_{pm} = \frac{\hat{C}_p}{\sqrt{1 + V^2}}$$

$$V = \frac{\bar{x} - T}{\bar{s}}$$

Pearn, Kotz y Johnson (1992) definen los llamados **índices de tercera generación** como el  $C_{pmk}$ ,

$$C_{pmk} = \frac{\text{mín}(LSE - \mu, \mu - LIE)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

Obsérvese que estos índices coincidirán en el caso de que  $\mu = T = M$ . Las propiedades de este tipo de índices pueden estudiarse en la monografía de Kotz y Johnson (1993).

En el caso de que los datos no sigan una distribución normal, Luceño en 1996 propone el siguiente índice:

$$C_{pc} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\frac{\pi}{2}}E[X - T]}$$

Nota: Algunos autores, como el caso de Montmgomery (2009), incluyen también al índice  $C_{pk}$  como de segunda generación, pues se obtiene con otros índices primarios.

### 1.3.1. Índices generalizados o de cuarta generación

En 1995 Kerstin Vannman propone una reformulación de los índices anteriores mediante una expresión que permite obtenerlos para distintos valores de dos nuevo parámetros no negativos  $u$  y  $v$ :

$$C_p(u, v) = \frac{d - u|\mu - M|}{3\sqrt{\sigma^2 + v(\mu - T)^2}}$$

Obsérvese que en esta nueva expresión generaliza algunos de los índices anteriores, sin más que considerar valores de 0 y 1 para  $u$  y  $v$ :  $C_p(0, 0) = C_p$ ;  $C_p(1; 0) = C_{pk}$ ;  $C_p(0, 1) = C_{pm}$ ;  $C_p(1, 1) = C_{pmk}$ .

Este tipo de índices siguen siendo sólo válidos para el caso de distribución de los datos normal, por lo que Pearn y Chen (1997) consideraron su generalización para el caso de distribuciones arbitrarias de los datos, lo que llamaron como índice  $CN_p(u, v)$ , definido del modo siguiente:

$$CN_p(u, v) = \frac{d - u |m - M|}{3\sqrt{\left(\frac{P_{99,865} - P_{0,135}}{6}\right)^2 + v(M - T)^2}}$$

Siendo  $m$  la mediana del proceso, y siendo  $P\alpha$  el correspondiente percentil ( $100\alpha$ ) % de la distribución. En el caso en que el proceso siga una distribución Normal los índices  $CN_p(u, v)$  y  $C_p(u, v)$  proporcionan el mismo resultado.

Finalmente, comentar la aportación de Pearn et al. (2005) que generalizan estos índices para el caso de distribuciones no normales y asimétricas con el denominado índice  $C''Np(u; v)$ :

$$C''Np(u; v) = \frac{d^* - uA^*}{3\sqrt{\left(\frac{P_{99,865} - P_{0,135}}{6}\right)^2 + vA^2}}$$

donde  $A = \max\left\{\frac{d(m-T)}{d_u}, \frac{d(T-m)}{d_l}\right\}$  y  $A^* = \max\left\{\frac{d^*(m-T)}{d_u}, \frac{d^*(T-m)}{d_l}\right\}$ , siendo  $d_u = LSE - T$ ,  $d_l = T - LIE$  y  $d^* = \min(d_u, d_l)$ . Este índice generaliza los anteriores para diferentes valores de  $u$  (0 o 1) y  $v$  (0 o 1). En el caso en que  $T = M$ , el índice  $C''Np(u; v)$  se reduce al  $CN_p(u, v)$ .

### 1.3.2. Índices y capacidad del proceso

Para analizar la adecuación de un proceso a las especificaciones preestablecidas es necesario conocer su capacidad. En un principio los valores válidos para suponer que un proceso era capaz se marcaban cuando la variabilidad del proceso coincidiera con el valor de su capacidad estimada, es decir cuando los índices de capacidad sean 1 o superiores. Sin embargo, en la industria actual, y también en otros contextos, cada vez se exigen requerimientos “más capaces”, por ejemplo en la metodología Seix Sigma, la capacidad sería cuando estos índices dan como resultado el valor 2, siendo empleado su utilización para verificar en qué estado de control se encuentra el proceso, comparándolo con los distintos niveles  $3\sigma$ ,  $4\sigma$  o  $6\sigma$ .

Si el valor que interesa para comparar el número índice se denomina  $c_0$  se presentan tres casos diferenciados:

1.  $C_p < c_0$ . El proceso no es capaz, es decir, no puede cumplir las especificaciones requeridas. Además, cuanto más pequeño sea el índice de capacidad mayor será la proporción de piezas defectuosas.
2.  $C_p = c_0$ . El proceso es potencialmente capaz.
3.  $C_p > c_0$ . El proceso es muy capaz. En este caso el porcentaje de defectuosos es realmente muy pequeño (aunque la palabra “pequeño” siempre es relativa ya que depende del sector industrial concreto).

El índice de capacidad nos permite calcular el porcentaje de defectuosos, pero además también ayuda a elegir entre procesos alternativos, a establecer un sistema de control durante la fabricación mediante la toma de muestras cada cierto tiempo (ver tabla adjunta) e indica un punto de partida para la mejora del proceso.

Por otra parte en algunos casos puede ser de interés establecer distintos costes asociados a la capacidad de los procesos, pudiendo calcular índices de capacidad relacionados con el coste de fabricación del producto y con el coste que repercute en el cliente o usuario del producto, pudiendo determinar diferentes valores de capacidad en función de los costes establecidos. Esto puede verse en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo de capacidad y coste:** La desviación típica de un proceso de fabricación de componentes electrónicos es 0,05 V. Se trata de fabricar dos componentes  $A$  y  $B$  que se consideran defectuosos si su tensión varía más de 0,5 V. Calcular el índice de capacidad del proceso si el coste de fabricación de ambos es el mismo, 50 euros. pero el coste de fallo para el usuario es de 80 € para  $A$  y 250 € para  $B$ .

Suponiendo una función de coste cuadrática, los costes sociales en cada caso son

$$C_A(x) = \frac{80}{0,25}(x - \mu)^2, \quad C_B(x) = \frac{250}{0,25}(x - \mu)^2,$$

luego, los intervalos de tolerancias son  $[\mu - 0,395, \mu + 0,395]$ , para el  $A$ , y  $[\mu - 0,224, \mu + 0,224]$ , para el  $B$ . Como consecuencia, sus índices de capacidad son  $C_{pA} = \frac{0,79}{0,30} = 2.63$  y  $C_{pB} = \frac{0,448}{0,30} = 1.49$ . Así pues el proceso  $A$  es muy capaz y la inspección es poco frecuente, mientras que en el  $B$ , la capacidad es adecuada y la inspección debe ser moderada.

## 1.4. Índices en metrología dimensional

Cuando se pretende controlar el proceso de medir surge de forma lógica la necesidad de utilizar las herramientas propias de la ciencia encargada de las mediciones: la metrología, o más concretamente la **metrología dimensional**

como suele denominarse cuando se abordan problemas similares al del control estadístico de procesos.

Son numerosos los aspectos que dependen de la metrología, por ejemplo, en la industria debe llevarse un control riguroso de la precisión que deben tener las distintas máquinas y la metrología se hace indispensable en estos procesos. En general será una herramienta imprescindible en cualquier proceso en el que se presente **incertidumbre en la medida**. En metrología interesa que la incertidumbre de la medida sea muy pequeña y en control de procesos lo que se busca son procesos con índices de capacidad altos. Pues bien, la pregunta lógica es ¿qué impacto tiene la incertidumbre de medición (error de medición) con la capacidad del proceso? Dar respuesta a esta pregunta es el objetivo de esta sección.

Desde el punto de vista estadístico lo más resaltante en el contexto de la Metrología es analizar la **Repetibilidad y la Reproducibilidad** de la medida, los denominados **estudios RyR**. La principal diferencia del enfoque desde el punto de vista de la metrología está en que en este contexto lo que prevalece es estimar la repetibilidad y reproducibilidad de los instrumentos de medida, así los factores estudiados son las fuentes de variación y la importancia relativa de estas fuentes. El enfoque por tanto, debe de ir hacia el estudio de componentes de la varianza para lo que los diseños “anidados” y “jerarquizados” son una solución acertada. Estos diseños se basan en modelos de efectos aleatorios para las observaciones. El análisis de estos diseños aparece en la mayoría de los textos sobre diseño de experimentos (véase, por ejemplo Montgomery (2005)) y en la mayoría de los paquetes estadísticos (por ejemplo el programa R).

La repetibilidad se estima mediante la varianza del instrumento de medición ( $\hat{\sigma}_{repet}^2$ ), mientras que la reproducibilidad será la variabilidad producida por el operador ( $\hat{\sigma}_{reprod}^2$ ). La suma de estas dos variabilidades nos dará una estimación del sistema de medición, es la denominada **variabilidad RyR** ( $\hat{\sigma}_{RyR}^2$ ).

$$\hat{\sigma}_{RyR}^2 = \hat{\sigma}_{repet}^2 + \hat{\sigma}_{reprod}^2$$

Una vez se tiene unas determinadas tolerancias o especificaciones de las mediciones, para verificar la calidad del instrumento de medición se utilizan índices como el cociente entre la variabilidad RyR y los límites de tolerancia, llamado **índice Precisión-Tolerancia (P/T)**:

$$P/T = \frac{k\hat{\sigma}_{RyR}}{LSE - LIE}$$

Es posible establecer una relación entre los índices utilizados en metrología y algunos de los índices de capacidad estudiados en la sección anterior. Así, en el caso de que se considere  $k = 6$  (en el contexto de metrología suele emplearse el valor 5,15, valor que tiene que ver con las colas de una distribución normal que encierre un 99% de probabilidad) y se estime la variabilidad RyR mediante el mismo estimador usado en la variabilidad del proceso (por ejemplo,  $\bar{R}/d_2$ ), el índice  $P/T$  coincide con el inverso del  $C_p$ .

## 1.5. Intervalos de confianza y contrastes para la estimación de los índices

Cuando se obtienen los índices para un determinado proceso, en la práctica se estiman en base a datos seleccionados mediante algún método de muestreo. Como toda estimación, la de los índices de capacidad está sometida a errores que pueden ser controlados mediante una estimación más precisa que la puntual, como el caso de la estimación mediante intervalos de confianza o la realización de contraste de hipótesis.

En el caso de los índices de primera generación, se podría calcular el intervalo de confianza para  $C_p$  utilizando el resultado que proporciona la distribución de la varianza muestral ( $s^2$ ), conocido como teorema de Fisher, y que garantiza la distribución de la varianza mediante una distribución Chi-cuadrado con  $n-1$  grados de libertad ( $\chi_{n-1}^2$ ), por lo que se tendría:

$$\frac{LSE - LIE}{6s} \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq C_p \leq \frac{LSE - LIE}{6s} \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}$$

De donde se obtiene como intervalo de confianza para  $C_p$  al  $(1 - \alpha)\%$  de confianza:

$$\left( \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}, \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \right)$$

Siendo  $\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2$  y  $\chi_{\alpha/2, n-1}^2$  los valores correspondientes de la distribución Chi-cuadrado de Pearson que dejan colas de probabilidad de  $\alpha/2$  a su derecha e izquierda respectivamente. Este tipo de estimación suelen proporcionar intervalos de confianza excesivamente amplios debido al pequeño tamaño muestral utilizado.

Para la estimación de intervalos para otros índices se han propuesto utilizar aproximaciones mediante la distribución Normal, puede verse el artículo de Kotz y Lovelace (1998) donde los autores proponen estimaciones para los intervalos de confianza para los distintos índices.

En el caso de distribuciones no normales, también el propio Luceño (1996) propone utilizar el siguiente intervalo para un nivel de confianza del  $100(1 - \alpha)\%$  para su índice  $C_{pc}$  :

$$\left( \frac{\hat{C}_{pc}}{1 + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s_c}{\bar{c}\sqrt{n}}}, \frac{\hat{C}_{pc}}{1 - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s_c}{\bar{c}\sqrt{n}}} \right)$$

Siendo  $t_{\alpha/2, n-1}$  el valor de la  $t$  de Student con  $n - 1$  grados de libertad que deja una cola de probabilidad de  $\alpha/2$ .

$$\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - T|$$

$$s_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (|x_i - T| - \bar{c})^2$$

Otra alternativa a los intervalos de confianza es usar la filosofía de los contrastes de hipótesis, en este caso se contrastaría la siguiente hipótesis (nula y alternativa):

$$H_0 = C_p < C_0$$

$$H_1 : C_p \geq C_0$$

En este caso la hipótesis nula supone que el proceso es no capaz y se contrasta contra la alternativa de que el proceso es capaz, fijado un valor crítico de consenso  $C_0$ . En el artículo de Kane (1986) se realiza un amplio estudio de este tipo de contrastes proponiendo una tabla de valores para la toma de decisiones.

## 1.6. Ejercicio

**Ejemplo:** Con los datos de la dureza del acero de un ejercicio anterior, que trataba de 20 muestras de tamaño 5 con una media de 519.29 MPa y una media de las desviaciones de 9.45 MPa. Tomando como especificaciones  $T = 520$ ,  $LIE = 480$  y  $LSE = 560$ . Calcular los índices de calidad del proceso y un intervalo de confianza para  $C_p$ .

En primer lugar contrastamos la normalidad y analizamos el histograma de los datos. Para ello realizamos el contraste de bondad de ajuste Chi-cuadrado:

Valor del estadístico chi-cuadrado es 2,39993, con 5 grados de libertad, resultando un p-valor de 0.791484. Podemos dar por válida la distribución normal de los datos analizados, por lo que se utilizarán los índices para este caso, como el  $C_p$  y el  $C_{pk}$ :

$$\text{Como } c_4 = 0,9400 \Rightarrow \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} = \frac{9,494}{0,94} = 10,1$$

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} = \frac{560 - 480}{6(10,1)} = 1,32$$

Índices de capacidad inferior y superior

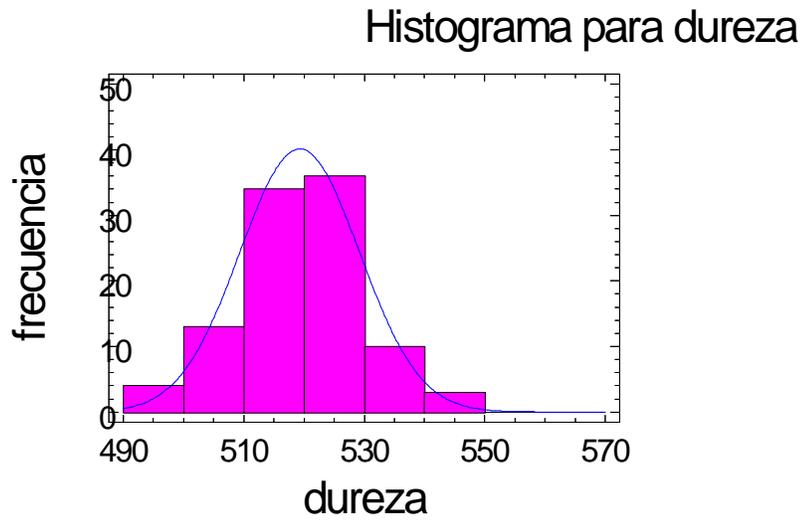


Figura 1-2 Histograma para la dureza del acero en MPa.

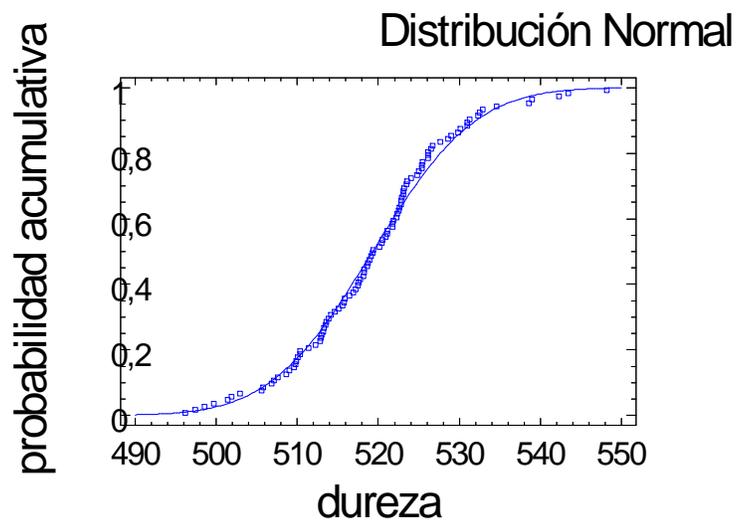


Figura 1-3 Curva probabilística para la variable dureza.

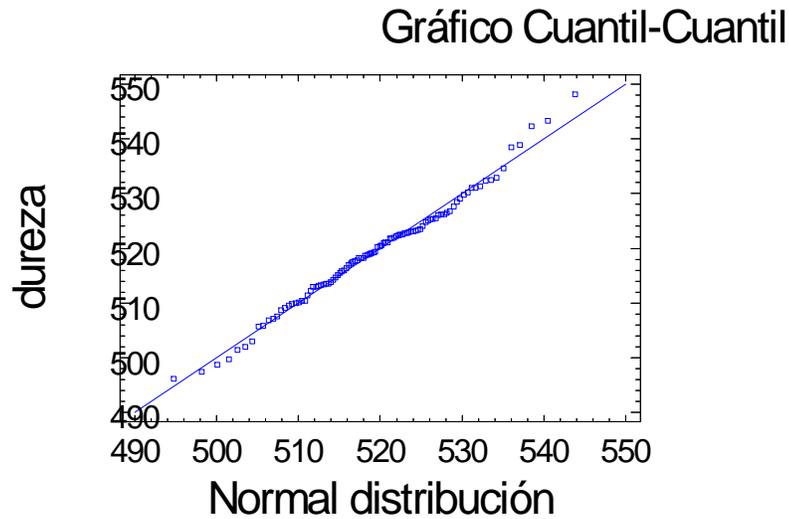


Figura 1-4 Gráfico cuantil-cuantil o qq para acero.

$$C_{pu} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} = \frac{560 - 519,29}{3(10,1)} = 1,34$$

$$C_{pl} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} = \frac{519,29 - 480}{3(10,1)} = 1,3$$

$$C_{pk} = \min \{C_{pl}, C_{pu}\} = 1,3$$

Como el valor  $C_p = 1,3$ , quiere decir que tenemos 96 piezas defectuosas por millón.

En este caso, supuesto que la desviación típica estimada del proceso es 10.1 y puesto que las muestras eran de tamaño 5, buscando en la tabla de la distribución Chi-cuadrado, resultan  $\chi_{0,975,4}^2 = 0,48$  y  $\chi_{0,025,4}^2 = 11,14$ .

$$\left( \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}, \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \right)$$

$$\left( 1,32 \sqrt{\frac{0,48}{4}}, 1,32 \sqrt{\frac{11,14}{4}} \right)$$

$$(0,457\ 26, 2.202\ 9)$$

Obsérvese que el intervalo contiene al 1 (e incluso al valor 2), por lo que con un 95 % de confianza podría considerarse el proceso capaz.

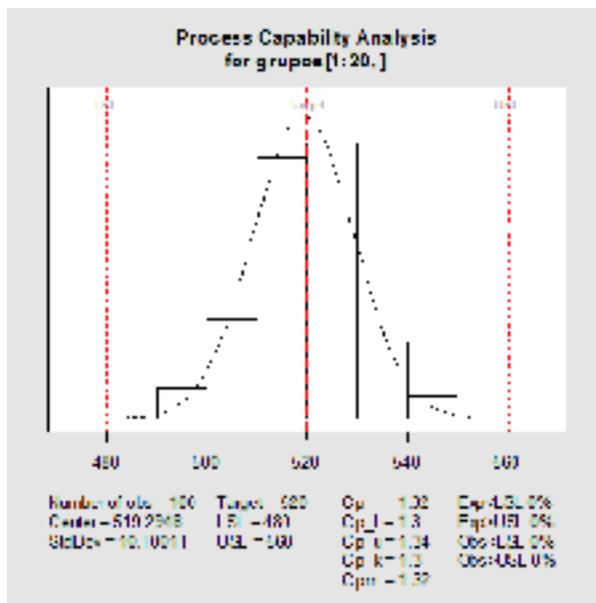


Figura 1-5 Análisis de la capacidad con el paquete qcc de R.



# Bibliografía

---

- [1] Abu-Shawiesh MO, Abdullah MB. New robust statistical process control chart for location. *Quality Engineering* 2000; 12: 149-159.
- [2] Albing M. Process capability indices for Weibull distributions and upper specification limits. *Quality and Reliability Engineering International* 2009; 25: 317-334.
- [3] Chen KS, Pearn WL. An application of non normal capability indices. *Quality and Reliability Engineering International* 1997; 13: 355-360.
- [4] Borges W, Ho LL. A fraction defective based capability index. *Quality and Reliability Engineering International* 2001; 17: 447-458.
- [5] Chou YM, Owen DB. On the distribution of the estimated process capability indices. *Communications in Statistics. Theory and Methods* 1989; 18: 4549- 4560.
- [6] Clements JA. Process capability indices for non normal calculations. *Quality Progress* 1989; 22: 49-55.
- [7] Franklin LA, Wasserman G. Bootstrap confidence intervals of Cpk: An introduction. *Communications in Statistics – Simulation and Computation* 1991; 20: 231-242.
- [8] Grzmar J, Booth DE. A robust smoothing approach to statistical process control. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences* 1997; 37: 241-248.
- [9] Huber P. *Robust Statistics*. John Wiley & Sons: New York, 1981.
- [10] Juran, J. M. (1974). *Jurans Quality Control Handbook*, 3rd edition. McGraw-Hill, New York.
- [11] Kane VE. Process capability indices. *Journal of Quality Technology* 1986; 18: 41-52.
- [12] Kotz S, Johnson NL. *Process Capability Indices*. Chapman & Hall: London, 1993.
- [13] Kotz S, Johnson NL. Process capability indices-A review, 1992 – 2000 with discussion. *Journal of Quality Technology* 2002; 34: 2 - 53.
- [14] Kotz S, Lovelace CR. *Introduction to Process Capability Indices: Theory and Practice*. Arnold: London, 1998.

- [15] Lin PC, Pearn WL. Testing process capability for one-sided specification limit with application to the voltage level translator. *Microelectronics Reliability* 2002; 42: 1975-1983.
- [16] Luceño. A. (1996). A process capability index with reliable confidence intervals. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*. 25, 1, 235 – 245.
- [17] Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*. Sixth edition. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ.
- [18] Palmer K, Tsui K-L. A review and interpretations of process capability indices. *Annals of Operations Research* 1999; 87: 31-47.
- [19] Pearn WL, Chen KS. One-sided capability indices Cpu and Cpl: Decision making with sample information. *International Journal of Quality and Reliability Management* 2002; 19: 221-245.
- [20] Pearn W, Kotz S, Johnson NL. Distributional and inferential properties of process capability indices. *Journal of Quality Technology* 1992; 24: 216-231.
- [21] Prasad S, Bramorski T. Robust process capability indices. *International Journal of Management Science* 1998; 26: 425-435.
- [22] Somerville, S. E. & Montgomery, D. C. (1996). Process Capability Indices and Nonnormal Distributions. *Quality Engineering*, 9, 305-316.
- [23] Shore H. A new approach to analysing non-normal quality data with applications to process capability analysis. *International Journal of Production Research* 1998; 36: 1917-1933.
- [24] Tang LC, Than SE. Computing process capability indices for non normal data: A review and comparative study. *Quality and Reliability Engineering International* 1999; 15: 339-353.
- [25] Vännman, K. (1995). A Unified Approach to Capability Indices. *Statistica Sinica*, 5, 805-820.
- [26] Vännman, K. (1998). Families of Capability Indices for One-sided Specification. *Limits. Statistics*, 31, 43-66.
- [27] Vännman, K. (2001). A Graphical Method to Control Process Capability. *Frontiers in Statistical Quality Control*, No 6, Editors: Lenz, H.-J. & Wilrich, P.-TH. *Physica-Verlag, Heidelberg*, 290-311.
- [28] Wu, H.-H. & Swain, J. J. (2001). A Monte Carlo Comparison of Capability Indices when Processes are Non-normally Distributed. *Quality and Reliability Engineering International*, 17, 219-231.