



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



UNIVERSIDADE
DE VIGO

Control Estadístico de la Calidad

Tema 5. El control de fabricación por atributos

Salvador Naya
Departamento de Matemáticas
Universidad de A Coruña

Contenido del tema

- El control de fabricación para la fracción de disconformes.

Contenido del tema

- El control de fabricación para la fracción de disconformes.
- Gráficos np y p. Gráficos de control c y u.

Contenido del tema

- El control de fabricación para la fracción de disconformes.
- Gráficos np y p. Gráficos de control c y u.
- Curvas características en el control por atributos.

Contenido del tema

- El control de fabricación para la fracción de disconformes.
- Gráficos np y p. Gráficos de control c y u.
- Curvas características en el control por atributos.
- Selección entre control por variables y atributos.

Contenido del tema

- El control de fabricación para la fracción de disconformes.
- Gráficos np y p. Gráficos de control c y u.
- Curvas características en el control por atributos.
- Selección entre control por variables y atributos.
- Ejercicios.

Tipos de control de fabricación por atributos

Cuando se observa si un proceso presenta o no determinada propiedad (una pieza encaja o no en otra, un mecanismo funciona o no, etc.). En tales casos se habla de **control por atributos**.

Es muy frecuente que el control por atributos se utilice en un primer momento, cuando el control de calidad se está estableciendo en una determinada organización.

Con el paso del tiempo, el control por atributos suele dar paso al control por variables.

Se distinguen dos tipos distintos de gráficos por atributos: el de **proporción de defectuosos** (o gráfico p y np) y el de **número de defectos** (o gráfico c ó u).

Estudio de la capacidad

En el control por atributos se estudian muestras de n elementos, que se clasificarán en correctos o defectuosos. En este contexto la **capacidad del proceso será el valor $1 - p$** , es decir la probabilidad de elementos no defectuosos fabricados en condiciones de control. En tales condiciones, la proporción de elementos defectuosos, p , permanece estable a lo largo del tiempo y además, el que una pieza sea defectuosa es independiente de que lo hayan sido o no las anteriores a ella. Por todo ello, el número de piezas defectuosas en la muestra de tamaño n tiene distribución $B(n, p)$.

Si en lugar de analizar el número de piezas defectuosas en un lote se estudia la proporción de defectuosas, \hat{p} , ésta oscilará de una muestra a otra, con media p y desviación típica $\sqrt{p(1 - p)/n}$. Además su distribución es aproximadamente normal.

El control de fabricación por atributos

Estudio de la capacidad

- Tomar k muestras (al menos 25) de n elementos ($n > 50$) y contar el número de defectuosos, r , en cada muestra.
- Estimar la proporción de elementos defectuosos mediante

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^k r_i}{kn}.$$

- Comprobar que las k muestras son homogéneas respecto de la fracción de elementos defectuosos. Es decir, comprobar si la fracción de defectuosos en cada muestra ($\hat{p}_i = r_i/n$) está dentro de los límites de control

$$\left[\max \left\{ \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, 0 \right\}, \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right].$$

Para ello puede construirse un gráfico de control similar al gráfico de medias del control por variables pero con los límites

Gráficos tipo p

La interpretación del gráfico de control de proporciones (gráfico p , anteriormente descrito) o la del gráfico de número de defectos (gráfico np) es totalmente análoga a la de los gráficos de medias o de dispersión ya tratados en la sección anterior. De los dos gráficos mencionados aquí es el gráfico p el más habitual, pudiéndose usar el np cuando los tamaños muestrales son siempre iguales.

Siempre que un valor se salga de los límites de control y una vez descartados posibles errores de cálculo o cambios en los criterios de medición, tendremos evidencias de que el proceso ha variado, aumentando o disminuyendo el porcentaje de defectuosos.

Curva Característica (OC)

Al igual que en el control por variables, un instrumento interesante para representar la eficacia de un plan de control consiste en dibujar la llamada *curva característica*, también llamada curva OC (operating characteristic). Desde el punto de vista del contraste de hipótesis, ésta no es más que uno menos la función de potencia y representa la probabilidad de aceptar que el proceso está bajo control para los distintos valores de la proporción verdadera de defectuosos, p .

Ejemplo

Para estimar p en un control de fabricación por atributos, se toman 20 muestras de 100 unidades, obteniendo los resultados de la tabla adjunta

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Defectos	0	0	3	2	0	4	1	1	2	0
Muestra	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Defectos	8	1	2	3	1	0	3	2	1	1

Ejemplo

A partir de los datos, se realiza un control de fabricación por atributos, mediante un gráfico de control de tipo p . Una vez

calculados los límites de control $\max \left\{ \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, 0 \right\} = 0$ y

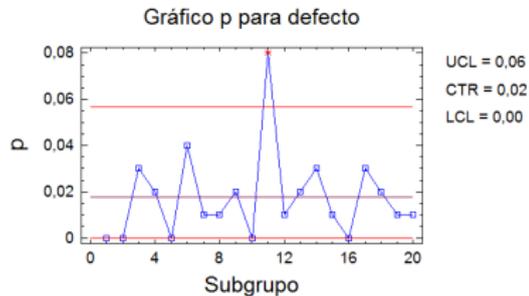
$\hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,0568$, con línea central en $0,0175$, se dibuja el gráfico p y se observa que la muestra número 11 se sale de control.

Excluyendo del análisis la citada muestra se obtiene un nuevo gráfico de control

en el cual se aprecia que no hay ya ninguna muestra fuera de control. La nueva estimación de la proporción de defectos es $\hat{p} = 0,0142$ y la curva característica muestra la probabilidad de aceptar que el proceso está bajo control según los distintos posibles valores de p

Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico p



Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico p

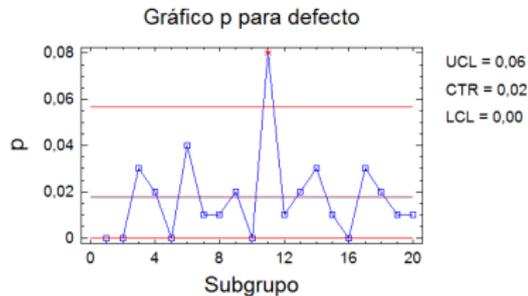
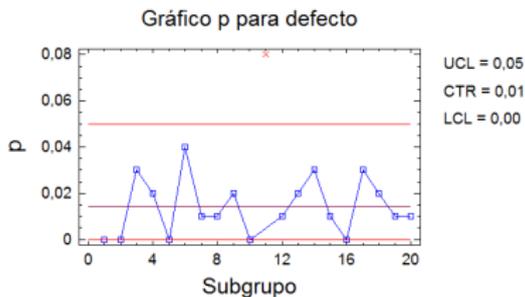
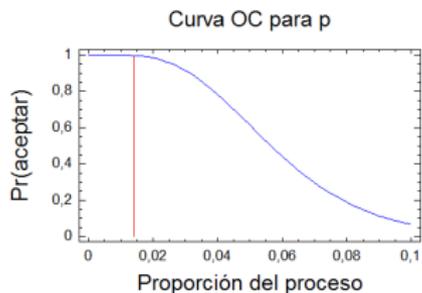


Gráfico p eliminando una muestra fuera de control



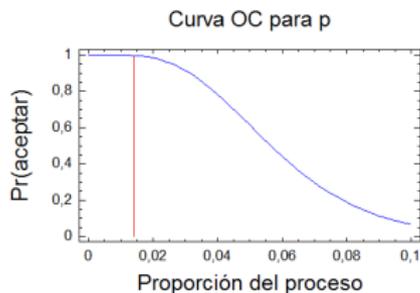
Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico de curvas OC

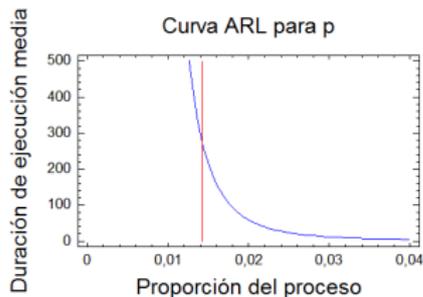


Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico de curvas OC



Curva ARL para p



El control de fabricación por número de defectos

El control por atributos no es adecuado cuando los defectos aparecen en un flujo continuo (no van asociados a unidades). Ejemplos de esta situación son las burbujas en un cristal, los defectos de tinte en una tela, las rugosidades en papel, etc. En muchas de estas ocasiones es posible dividir el producto continuo en unidades de observación de menor entidad, en base a las cuales realizar un control por atributos. De todas formas, es mucho más adecuado, debido a la naturaleza continua del producto, considerar directamente el número de defectos por unidad de medida (longitud, área, superficie, peso, etc.).

El control por número de defectos también se aplica en el caso de los elementos de fabricación estén bien diferenciados (no sean continuos) pero puedan presentar varios defectos independientes que mermé n aún más su calidad. Un procedimiento que clasifique estos elementos simplemente en defectuosos y no defectuosos perdería bastante información.

Estudio de la capacidad y gráficos de control

En este contexto del control de fabricación por número de defectos, se dirá que el proceso está bajo control cuando el proceso es estable (es decir, fabrica un número de defectos por unidad de medida, u , constante a lo largo del tiempo) y los defectos aparecen independientemente los unos de los otros.

En tales condiciones, el número de defectos por unidad de medida sigue una distribución de Poisson de parámetro u . La capacidad del proceso se define como el número medio de defectos por unidad de medida, que en estas condiciones es u . Para estimar u y determinar, por tanto, la capacidad del proceso, se utiliza un proceso iterativo análogo al descrito en apartados anteriores.

Estudio de la capacidad y gráficos de control

- Tomar k muestras de tamaño n y determinar el número de defectos de cada una, c_1, c_2, \dots, c_k .

Estudio de la capacidad y gráficos de control

- Tomar k muestras de tamaño n y determinar el número de defectos de cada una, c_1, c_2, \dots, c_k .
- Estimar u mediante el número medio de defectos por unidad de medida en el total de las k muestras:

$$\hat{u} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{nk}.$$

El control de fabricación por número de defectos

Estudio de la capacidad y gráficos de control

- Tomar k muestras de tamaño n y determinar el número de defectos de cada una, c_1, c_2, \dots, c_k .
- Estimar u mediante el número medio de defectos por unidad de medida en el total de las k muestras:

$$\hat{u} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{nk}.$$

- Construir un gráfico de control (gráfico c) del número de defectos observados en cada muestra, c_i , tomando como línea central $\hat{c} = n\hat{u}$ y líneas de control máx $\left\{ \hat{c} - 3\sqrt{\hat{c}}, 0 \right\}$ y $\hat{c} + 3\sqrt{\hat{c}}$.

El control de fabricación por número de defectos

Estudio de la capacidad y gráficos de control

- Tomar k muestras de tamaño n y determinar el número de defectos de cada una, c_1, c_2, \dots, c_k .
- Estimar u mediante el número medio de defectos por unidad de medida en el total de las k muestras:

$$\hat{u} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{nk}.$$

- Construir un gráfico de control (gráfico c) del número de defectos observados en cada muestra, c_i , tomando como línea central $\hat{c} = n\hat{u}$ y líneas de control máx $\left\{ \hat{c} - 3\sqrt{\hat{c}}, 0 \right\}$ y $\hat{c} + 3\sqrt{\hat{c}}$.
- Repetir los pasos anteriores el número de veces necesarias, eliminando las muestras que hayan salido de los límites de control.

Estudio de la capacidad y gráficos de control

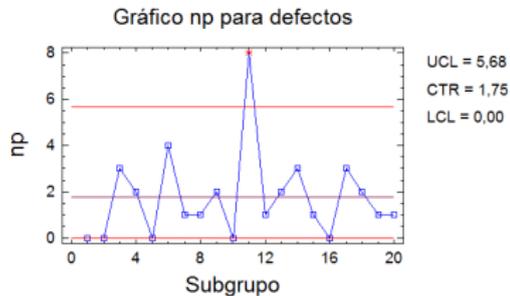
En el caso de que las k muestras no sean del mismo tamaño, han de modificarse algunos de los pasos anteriores, redefiniendo

$$\hat{u} = \frac{\sum_i c_i}{\sum_i n_i},$$

donde n_i es el tamaño muestral de la i -ésima muestra, dibujando un gráfico de control (gráfico u) para el número de defectos por unidad de medida, con línea central en \hat{u} y límites de control para la muestra i fijados en $\max\left\{\hat{u} - 3\sqrt{\hat{u}/n_i}, 0\right\}$ y $\hat{u} + 3\sqrt{\hat{u}/n_i}$ y rechazando toda muestra cuyo número de defectos por unidad de medida, c_i/n_i , se salga de los citados límites.

Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico np



Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico np

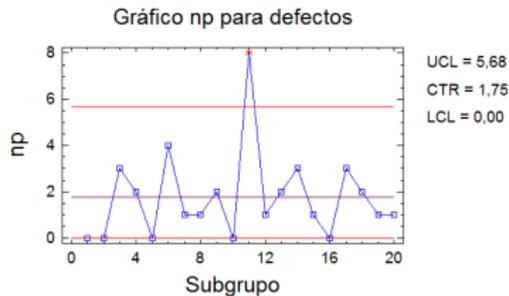
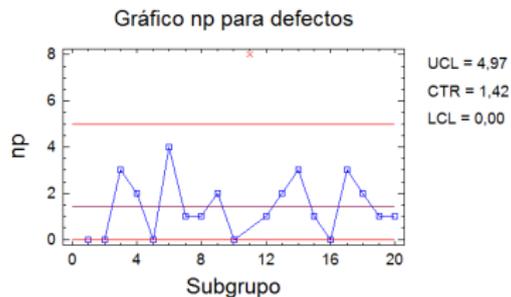
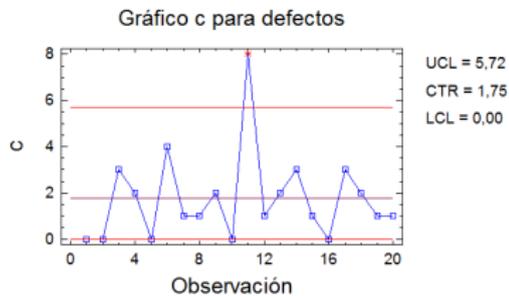


Gráfico np eliminando una muestra fuera de control



Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico c



Ejemplo de Control de calidad por atributos

Gráfico c

Gráfico c para defectos

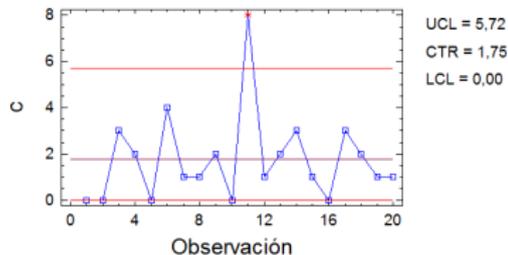
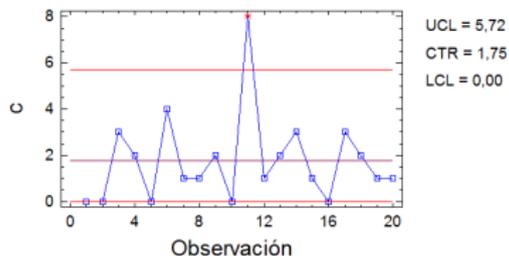


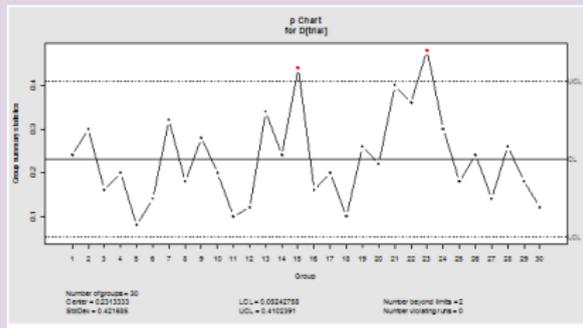
Gráfico c eliminando una muestra fuera de control

Gráfico c para defectos



Ejemplo de Control de calidad por atributos. Datos Orangejuice

Gráfico p



Ejemplo de Control de calidad por atributos. Datos Orangejuice

Gráfico p

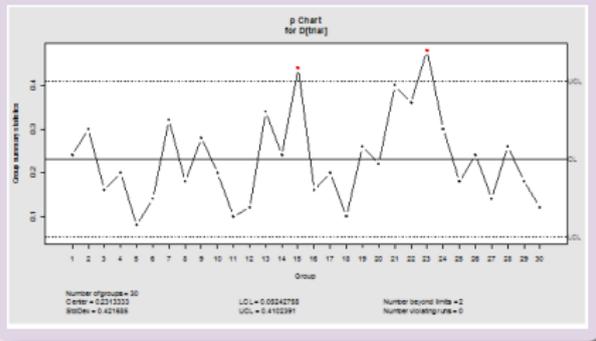
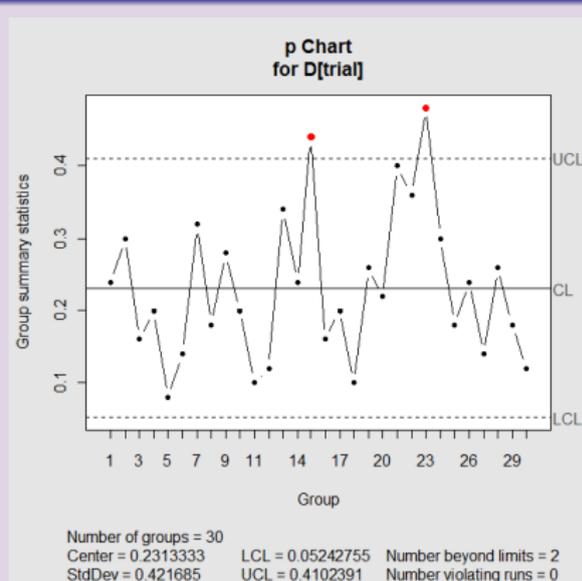


Gráfico p eliminando una muestra fuera de control



Referencias

-  BOX G. E. P. Y LUCEÑO A. (1997). *Statistical Control by Monitoring and Feedback Adjustment*. Wiley.
-  BOX, G.E.P., HUNTER, W. Y HUNTER, J.S. (2008). *Estadística para Investigadores*. Reverté.
-  JURAN J. Y GODFREY B. (2005). *de Calidad (tomos I y II)*. McGrawHill.
-  MONTGOMERY D. C. (2005/09). *Introduction to Statistical Quality Control*. Wiley.
-  PRAT, X. TORT-MARTORELL, P. GRIMA Y L. POZUETA (1997 ó 2005). *Métodos Estadísticos: Control y Mejora de la Calidad*. ed. UPC.