

1. TEMA 5: EL CONTROL DE CALIDAD POR ATRIBUTOS.

Contenido del tema: Introducción. Gráficos de atributos tipo p y np. Curvas OC y ARL en el control por atributos. Ejercicios del tema.

1.1. Introducción.

En ocasiones una característica de calidad no puede o no interesa medirse numéricamente y tan sólo se observa si presenta o no determinada propiedad (una pieza encaja o no en otra, un mecanismo funciona o no funciona, etc), lo que en control de calidad se suele hablar de “conformidad” o “no conformidad” se emplea el denominado control por atributos.

Existen normativas específicas que definen estos conceptos sin lugar a equívocos, así, por ejemplo, en las normas UNE se define “defecto” como disconformidad de un elemento respecto a las prescripciones impuestas para una característica. Además, aunque no es preciso su clasificación para el estudio que se hará en este tema, los defectos suelen agruparse en críticos, principales y secundarios, en función de su importancia.

Por otra parte hay casos en los que aún siendo posible realizar un control por variables, se lleva a cabo primero uno por atributos. Las razones suelen ser de tipo económico (el control por atributos es mucho menos costoso) o de cualificación de los operarios (puede ser complicado para un operario no cualificado realizar ciertas operaciones, pero es muy sencillo el comprobar con un calibre si una pieza pasa o no de determinada medida). En estos casos, la información obtenida mediante un control por atributos es mucho menor. Por ello es necesario utilizar un tamaño muestral mayor que en el caso del control por variables.

Normalmente cuando se habla de proporción de defectos o disconformidades se entiende que es el total de artículos de una determinada población que no cumplen las especificaciones de calidad, siendo esta proporción estimada mediante la toma de muestras aleatorias de la población, mediante la proporción o fracción de disconformidades muestral, que no es más que el cociente entre los artículos disconformes de la muestra y el tamaño de la muestra elegida.

El estudio de las disconformidades puede analizarse desde varias perspectivas, si lo que se busca es anotar si el artículo es correcto o defectuoso se recurrirá a la distribución binomial, pero en los supuestos que se anotan el número de disconformidades por artículo o por unidad, la distribución que explica el pro-

ceso será la distribución de Poisson. En el supuesto que se analizase la fracción de conformidades (lo equivalente al número de éxitos en una distribución binomial) obtendríamos una estimación del denominado “rendimiento del proceso”.

En este tema se presentarán los conceptos básicos del control por atributos, analizando los gráficos más habituales como el de fracción de disconformes o gráfico p , el llamado gráfico c que analiza el número de disconformidades y el gráfico u , que se aplica en los estudios en donde interesa estimar el número de defectos o disconformes por unidad.

1.2. Gráficos de atributos tipo p y np

1.2.1. Gráfico tipo p

El objetivo del gráfico p es controlar la proporción de disconformidades y en la medida de lo posible conseguir que esta proporción disminuya. Así se estudiarán muestras de n elementos, cuyos individuos (artículos) se clasificarán en conformes (correctos) y no conformes (defectuosos).

Si denominamos por p a la proporción de defectuosos del proceso, bajo el supuesto de que esta proporción permanezca estable a lo largo del tiempo y además, dada la hipótesis de independencia, es decir el supuesto de que el hecho de que un artículo sea defectuoso es independiente de que lo hayan sido o no las anteriores a él, se podrá enfocar el problema de la estimación de la proporción de defectuosos como un proceso de Bernoulli, siendo la distribución del número de defectuosos en una muestra de tamaño n una distribución binomial, que denotaremos como $B(n, p)$.

Hay que recordar que la función de masa de probabilidad para una variable binomial X es:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Esta variable tiene como media $E(X) = np$, siendo su varianza $Var(X) = npq$.

Para la estimación de la proporción poblacional se elegirá el número de piezas o artículos defectuosos por lote de tamaño n , que denotaremos por \hat{p} , ésta oscilará de una muestra a otra, con media p y desviación típica $\sqrt{p(1-p)/n}$.

En el caso en que el tamaño de las muestras sea suficientemente grande (mayor de 25, aunque es habitual elegir muestras de tamaño 100 o superior) se podría aplicar los resultados que garantizan la aproximación de la distribución binomial por la Normal (teorema central del límite). Utilizando esta última distribución para analizar el proceso.

En el caso del control por atributos se denomina **capacidad del proceso** al valor $1 - p$, es decir, la proporción de elementos no defectuosos fabricados (se

supone en condiciones de control). Para estimar la capacidad podemos seguir pasos análogos al caso de control por variables. Es decir, estimar el valor de la capacidad una vez que el proceso esté bajo control. En general, diremos que el proceso no está bajo control si la proporción de elementos defectuosos se sale de ciertos límites admisibles (normalmente por haber aumentado notablemente dicha proporción). Por tanto será necesario estimar los límites de control de gráficos para este caso y verificar que las proporciones de las submuestras elegidas se encuentran entre los límites de control superior e inferior de estos gráficos.

Los pasos a seguir para la construcción del gráfico de control por atributos o gráfico p serán los siguientes:

1. Tomar k muestras (al menos 25) de n elementos ($n > 50$) y contar el número de defectuosos, r_i , en cada muestra i -ésima.
2. Estimar la proporción de elementos defectuosos total de las k muestras mediante

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^k r_i}{kn}.$$

3. Comprobar que las k muestras son homogéneas respecto de la fracción de elementos defectuosos. Es decir, comprobar si la fracción de defectuosos en cada muestra ($\hat{p}_i = r_i/n$) está dentro de los límites de control

$$\left[\max \left\{ \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, 0 \right\}, \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right].$$

Para ello se construye un gráfico de control, similar al gráfico de medias del control por variables, con los límites de control anteriormente citados (llamados límites de control de prueba), con línea central de altura \hat{p} y dibujando los puntos correspondientes a las fracciones de defectuosos de cada muestra. De esta forma es inmediato reconocer las muestras que no se hallan bajo control. Eliminado del estudio las muestras que están fuera de control y repitiendo los pasos anteriores el número necesario de veces para llegar a un grupo homogéneo puede estimarse fiablemente la capacidad.

4. Una vez que todas las muestras se encuentren dentro de los límites, ejecutando los pasos anteriores las veces necesarias, se elegirán esos valores finales que contengan a todas las proporciones muestrales, como límites de control, es decir:

Obsérvese que en el caso de que la muestras no sean del mismo tamaño, los límites de los gráficos de control habría que corregirlos por esos tamaños, lo que lleva a que las líneas de los límites de control de los gráficos presenten saltos relacionados con el tamaño de la muestra. Así si llamamos n_i al tamaño de la i -ésima muestra su correspondiente estimación sería

1.

$$\hat{p}_i = \frac{r_i}{n_i}$$

1.2.2. Gráficos de control np

En algunas ocasiones interesa analizar el número medio de disconformidades en lugar de su proporción, en este caso, se utilizarán los llamados gráficos np . En esencia son similares a los gráficos tipo p y en la elección para su empleo suele influir más el gusto o la costumbre. Para la construcción de este tipo de gráficas se estimarán las proporciones de la misma forma que en los gráficos p pero se construirán los gráficos basados en la media del proceso del siguiente modo:

$$\begin{aligned}LSC_{np} &= n\hat{p} + 3\sqrt{n\hat{p}(1 - \hat{p})} \\LC_{np} &= n\hat{p} \\LIC_{np} &= n\hat{p} - 3\sqrt{n\hat{p}(1 - \hat{p})}\end{aligned}$$

La interpretación del gráfico de control de proporciones (gráfico p) o la del gráfico de número de defectos (gráfico np) es totalmente análoga a la de los gráficos de medias o de dispersión ya tratados en el tema anterior. De los dos gráficos mencionados aquí es el gráfico p el más habitual, usándose más el gráfico np cuando los tamaños muestrales sean siempre iguales. Obsérvese que para la construcción del gráfico p no se requiere esta necesidad pudiendo tomarse muestras de distintos tamaños

Siempre que un valor se salga de los límites de control y una vez descartados posibles errores de cálculo o cambios en los criterios de medición, tendremos evidencias de que el proceso ha variado, aumentando o disminuyendo el porcentaje de defectuosos.

1.2.3. Curva característica de operación (OC) y curva ARL

Un instrumento interesante para representar la eficacia de un plan de control por atributos consiste en dibujar su *curva característica* (Curva OC). Hay que recordar que esta función podría tratarse desde el punto de vista del contraste de hipótesis como la curva que grafica la probabilidad de aceptar incorrectamente la hipótesis nula de que el proceso está bajo control sin estarlo.

Se suele representar la probabilidad de aceptar que el proceso está bajo control para los distintos valores de la proporción verdadera de defectuosos, p . Es decir, la curva OC representa la probabilidad de cometer un error de tipo

II en el supuesto de analizar la fracción de disconformes mediante un gráfico p esta curva podría obtenerse mediante la expresión:

$$\beta(p) = P(LIC < \hat{p} < LSC/p) = P(\hat{p} < LSC/p) - P(\hat{p} \leq LIC/p)$$

Si en lugar de utilizar la distribución binomial se usa su aproximación mediante la correspondiente distribución normal, se obtendría una curva aproximada. Así, por ejemplo, para obtener la curva OC en el caso del gráfico np se procedería restando para diferentes proporciones p el valor:

$$\beta(p) = P(LIC < \hat{p} < LSC/p) = \phi\left(\frac{LSC - np}{\sqrt{npq}}\right) - \phi\left(\frac{LIC - np}{\sqrt{npq}}\right)$$

En el supuesto de la curva OC para el gráfico p suponiendo que los tamaños muestrales difieren para cada muestra i , que denotamos por n_i , se obtendría mediante la representación de:

$$\begin{aligned} \beta(p) &= P(LIC < \hat{p} < LSC/p) = \phi\left(\frac{n_i LSC_i - n_i p}{\sqrt{n_i p q}}\right) - \phi\left(\frac{n_i LIC - n_i p}{\sqrt{n_i p q}}\right) \\ &= \phi\left(\frac{LSC_i - p}{\sqrt{\frac{pq}{n_i}}}\right) - \phi\left(\frac{LIC - p}{\sqrt{\frac{pq}{n_i}}}\right) \end{aligned}$$

La curva característica puede ser usada para determinar el tamaño muestral a utilizar, para ello pueden fijarse dos puntos de esta curva, uno correspondiente al proceso bajo control y otro un punto cuya proporción de defectuosas se quiera detectar con una alta probabilidad. Si llamamos p_0 a la proporción de defectuosas cuando el proceso está bajo control (es decir en el caso que solo se comente el error de tipo I cuya probabilidad denotamos por α) y p_a a la proporción que interesa detectar con probabilidad β , el tamaño muestral se obtendría mediante las fórmulas similares a las empleadas al caso de un contraste de hipótesis:

$$n \geq \left(\frac{Z_{\alpha/2} \sqrt{p_0(1-p_0)} + Z_{\beta} \sqrt{p_a(1-p_a)}}{p_a - p_0} \right)^2$$

Ejemplo. Para estimar la proporción, p , de disconformes en un estudio de control de calidad por atributos de una determinada marca de lámparas, en el que se pretende analizar la proporción de lámparas que no funcionan correctamente por lote suministrado, se toman 20 muestras de 100 unidades, verificando si las lámparas funcionan o no, obteniendo los resultados de la tabla adjunta

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Defectos	0	2	0	1	0	4	0	1	2	10
Muestra	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Defectos	0	1	1	3	1	0	1	2	0	1

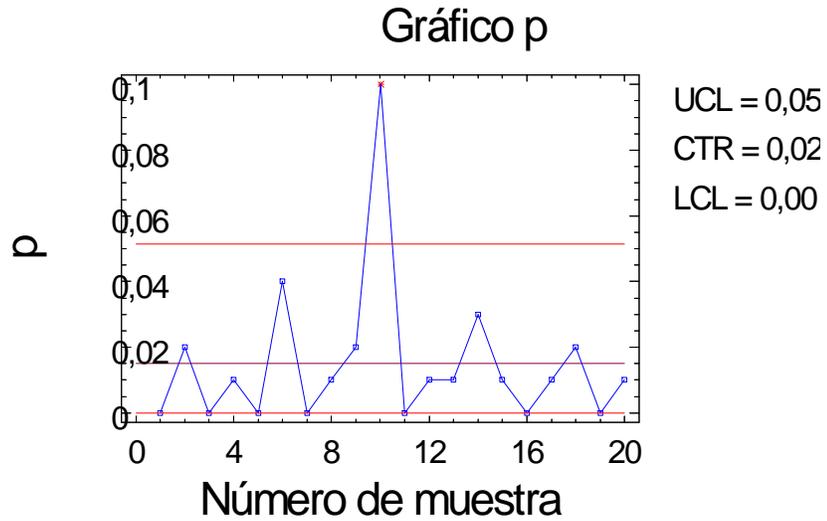


Figura 1-1 Primer gráfico de control tipo p para la proporción de disconformes.

Con estos datos construir el gráfico de control por atributos de tipo p y tipo np .

Los valores de estimados de los límites de control resultan:

La línea central resulta

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^k r_i}{kn} = 0,015$$

mientras que los valores para los límites inferior y superior serán:

$$\text{máx} \left\{ \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, 0 \right\} = 0 \text{ y } \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,05146$$

Con estas estimaciones se dibuja un primer gráfico tipo p (ver 1-1) y se observa que la muestra número 10 se sale claramente de los límites de control. Entre los motivos que indican esta salida de control está la posibilidad de que el dato apuntado fuese erróneo, y se quisiera apuntar como proporción de disconformes 0.01 (más acorde con un proceso estable) y no el valor 0.1 realmente anotado.

Excluyendo del análisis la citada muestra se obtiene un nuevo gráfico de control en el cual se aprecia que no hay ya ninguna muestra fuera de control. La nueva estimación de la proporción de defectos es ahora $\hat{p} = 0,0105$ y los límites de control del nuevo gráfico resultarán:

$$\text{máx} \left\{ \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, 0 \right\} = 0 \text{ y } \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,0411$$

Para este caso la curva característica, que muestra la probabilidad de aceptar que el proceso está bajo control según los distintos posibles valores de p puede verse en la figura 1-3.

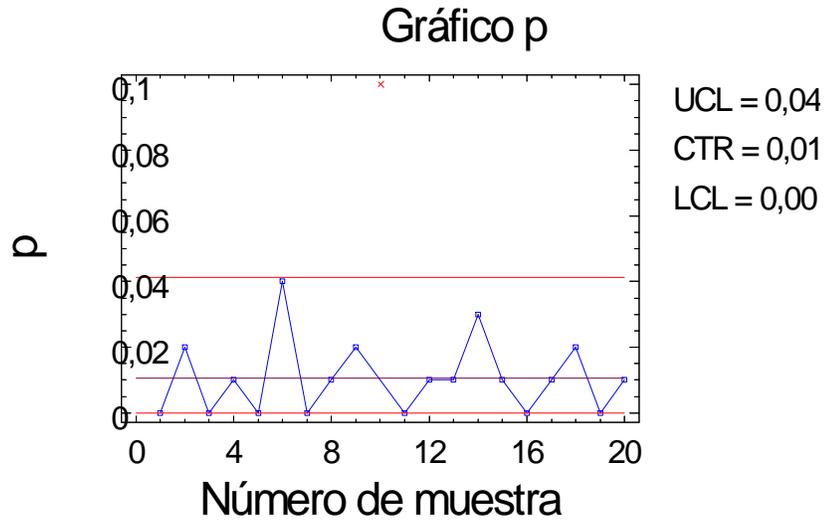


Figura 1-2 Segundo gráfico de control excluyendo la muestra número 10.

En este ejemplo, si se quisiera calcular el tamaño muestral para el caso de que la eficacia del gráfico detectase que cuando la proporción de defectuosos fuera del 10% la probabilidad de detectar que el proceso está bajo control sea del 95% (suponiendo que estamos utilizando que cuando el proceso está bajo control es equivalente a que $p = 0,01$, y que estamos con $Z_{\alpha/2} = 3$) se tendría:

$$n \geq \left(\frac{3\sqrt{0,01(1 - 0,01)} + 1,645\sqrt{0,1(1 - 0,1)}}{0,1 - 0,01} \right)^2 = 77.439$$

Es decir, se necesitarían elegir muestras de tamaño mayor de 77.

También se podría hacer el gráfico de la correspondiente curva del ARL al igual que en el caso del control por variables, como puede verse en la figura

Este mismo ejemplo podría analizarse utilizando gráficos tipo np, las estimaciones en este caso resultan las siguientes (eliminando también la muestra número 10):

$$\begin{aligned} LSC_{np} &= n\hat{p} + 3\sqrt{n\hat{p}(1 - \hat{p})} = 4,1143 \\ LC_{np} &= n\hat{p} = 1,0526 \\ LIC_{np} &= n\hat{p} - 3\sqrt{n\hat{p}(1 - \hat{p})} = 0 \end{aligned}$$

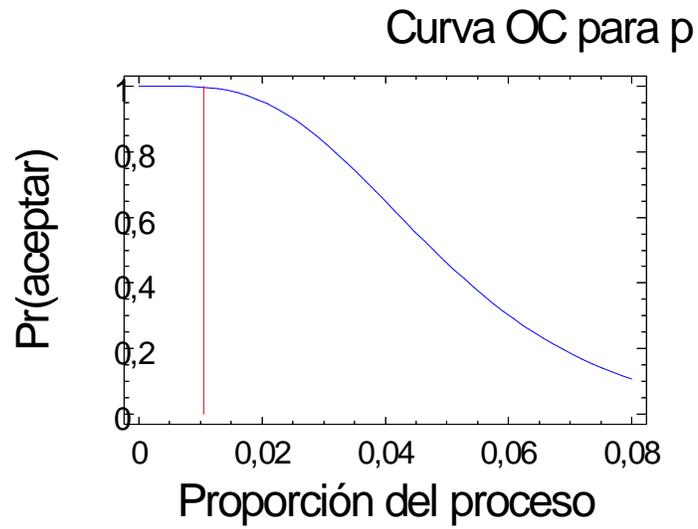


Figura 1-3 Curva característica para la proporción de disconformes.

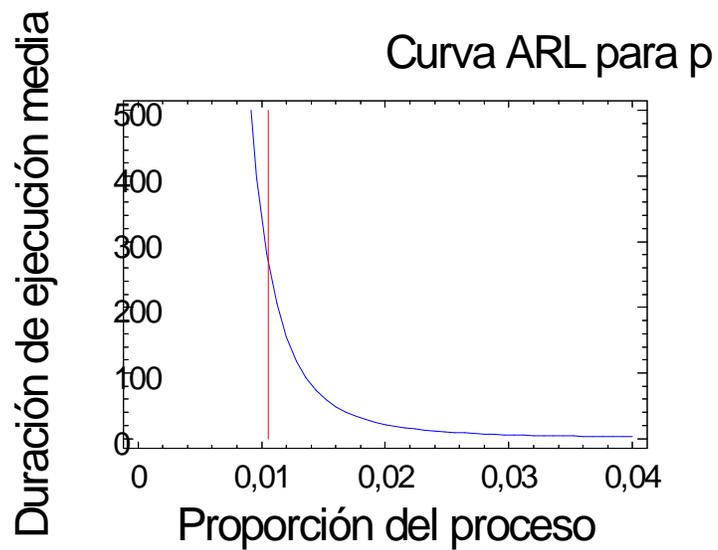


Figura 1-4 Curva ARL para los datos del ejemplo.

1.3. El control de fabricación por número de defectos.

La información que aporta el control por atributos es si el producto presenta o no defectos pero no el número de defectos que tiene. El control por atributos no es adecuado cuando los defectos aparecen en un flujo continuo (no van asociados a unidades). Ejemplos de esta situación son las burbujas en un cristal, los defectos de tinte en una tela, las rugosidades en papel, las soldaduras defectuosas en una plancha de acero, etc. En estos casos puede ser más adecuado, debido a la naturaleza continua del producto, considerar directamente el número de defectos por unidad de medida (longitud, área, superficie, peso, etc.).

El control por número de defectos también se aplica en el caso de los elementos de fabricación estén bien diferenciados (no sean continuos) pero puedan presentar varios defectos independientes que mermen aún más su calidad. Un procedimiento que clasifique estos elementos simplemente en defectuosos y no defectuosos perdería bastante información.

Se analizará la construcción de gráficos de control para el número de defectos por unidad (gráficos c) y también gráficos para el promedio de defectos por unidad (gráficos u). La hipótesis que se usará es la de suponer que la distribución del número de disconformidades por unidad se distribuye según una distribución de Poisson. Para ello será preciso que el número de disconformidades sea grande pero que la probabilidad de obtenerla en la unidad de muestreo sea pequeña y constante. Mientras estas hipótesis se mantengan el modelo de Poisson será válido, pero en ciertas ocasiones estos supuestos son difíciles de verificar, por lo que habrá que ser prudentes en la aplicación de este tipo de gráficos. En todo caso debe recordarse que una variable de Poisson no es más que el límite de una variable binomial, $B(n, p)$, en la que el n tiende a infinito y p a cero, manteniendo constante la media np .

1.3.1. Gráficos de control tipo c

En este contexto del control de fabricación por número de defectos, se dirá que el proceso está bajo control cuando el proceso es estable (es decir, fabrica un número de defectos por unidad de medida, c , constante a lo largo del tiempo) y los defectos aparecen independientemente los unos de los otros. La **capacidad del proceso** se definirá como el número medio de defectos por unidad de medida, es decir el valor c .

Suponiendo que el número de defectos por unidad de medida sigue una distribución de Poisson de parámetro c , su función de masa de probabilidad vendrá dada por:

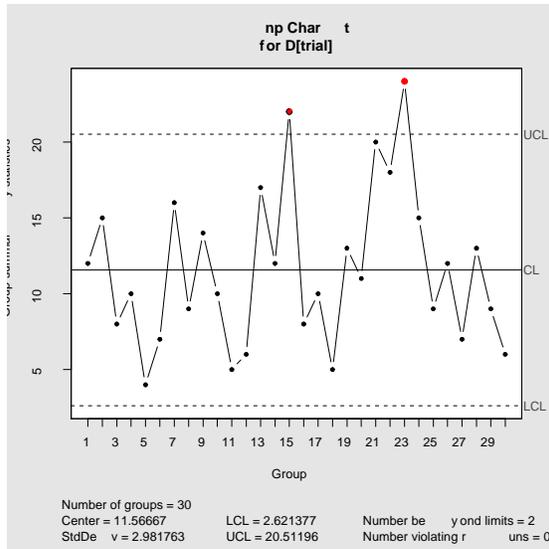


Figura 1-5 Gráfico np para los datos Orangejuice.

$$P(X = r) = \frac{e^{-c}c^r}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

Para estimar c y determinar, por tanto, la capacidad del proceso y los gráficos de control, se realizará el siguiente proceso iterativo análogo al descrito en apartados anteriores:

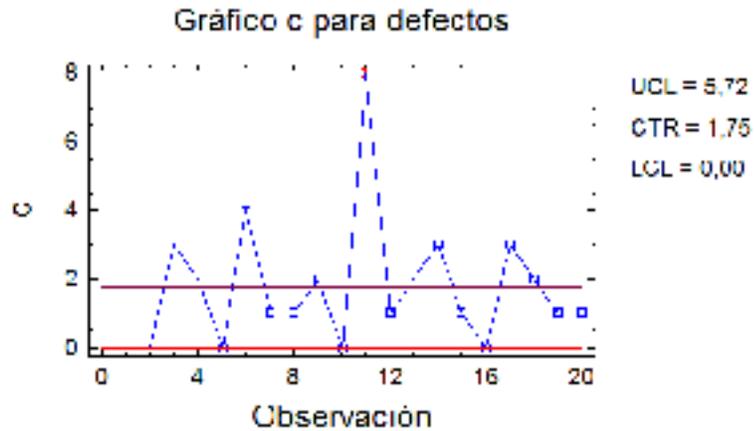
1. Se eligen k muestras de tamaño n y se determina el número de defectos de cada una, c_1, c_2, \dots, c_k .
2. Se estima c mediante el número medio de defectos por unidad de medida en el total de las k muestras:

$$\hat{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{k}.$$

3. Se construye un gráfico de control (gráfico c) del número de defectos observados en cada muestra, tomando como línea central \hat{c} y líneas de control $\max\{\hat{c} - 3\sqrt{\hat{c}}, 0\}$ y $\hat{c} + 3\sqrt{\hat{c}}$.

$$\begin{aligned} LSC_c &= \hat{c} + 3\sqrt{\hat{c}} \\ LC_c &= \hat{c} \\ LIC_c &= \max\{\hat{c} - 3\sqrt{\hat{c}}, 0\} \end{aligned}$$

4. Se repiten los pasos anteriores el número de veces necesarias, eliminando las muestras que hayan salido de los límites de control.



1.3.2. Gráficos de control tipo u

En ocasiones puede ser interesante analizar el número medio de disconformidades por unidad de inspección, sin necesidad de que estas unidades contengan el mismo tamaño de piezas analizadas. En este caso se pueden elegir k muestras, suponiendo que no sean del mismo tamaño, y se utilizará la estimación siguiente:

$$\hat{u} = \frac{\sum_i c_i}{\sum_i n_i},$$

donde n_i es el tamaño muestral de la i -ésima muestra, dibujando un nuevo gráfico de control, denominado gráfico u , para el número de defectos por unidad de medida, con línea central en \hat{u} y límites de control para la muestra i fijados en $\max\{\hat{u} - 3\sqrt{\hat{u}/n_i}, 0\}$ y $\hat{u} + 3\sqrt{\hat{u}/n_i}$ y rechazando toda muestra cuyo número de defectos por unidad de medida, c_i/n_i , se salga de los citados límites.

$$\begin{aligned} LSC_u &= \hat{u} + 3\sqrt{\hat{u}/n_i} \\ LC_c &= \hat{u} \\ LIC_c &= \max\{\hat{u} - 3\sqrt{\hat{u}/n_i}, 0\} \end{aligned}$$

1.3.3. Sistemas de demérito

En determinados estudios de disconformidades es frecuente que no todos los defectos tengan la misma importancia, en estos casos se suelen clasificar las disconformidades de acuerdo a su importancia, que se denominará esquema de demérito.

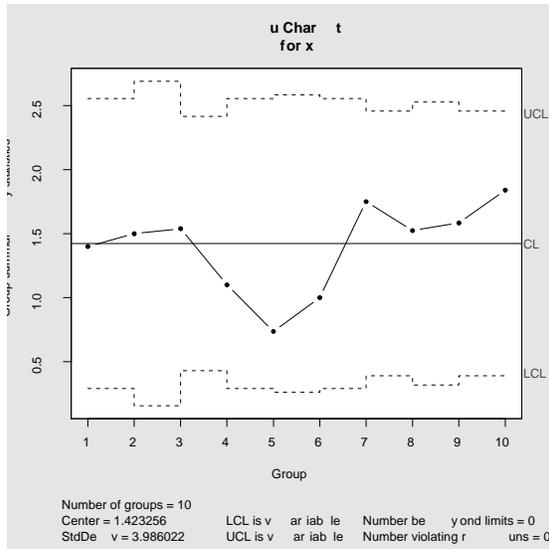


Figura 1-6 Ejemplo del gráfico u.

Una posible clasificación puede ser la siguiente: defectos muy graves (clase A), graves (clase B), moderadamente importantes (clase C) y poco importantes (Clase D). En la que emplearemos las ponderaciones 100, 50, 10 y 1, respectivamente para cada una de las clases de disconformidades, A, B, C y D. En este caso el número medio de deméritos por unidad de inspección sería

$$De = 100C_A + 50C_B + 10C_C + C_D$$

Siendo el número medio de deméritos por unidad de muestras de tamaño n ,

$$\bar{u} = \frac{De}{n}$$

Puesto que \bar{u} es una combinación lineal de distribuciones de Poisson, se podrían construir gráficos de control basados en los deméritos:

$$\begin{aligned} LSC_{De} &= \bar{u} + 3\sigma_{\bar{u}} \\ LC_{De} &= \bar{u} \\ LIC_{De} &= \max\{\bar{u} - 3\sigma_{\bar{u}}, 0\} \end{aligned}$$

siendo

$$\sigma_{\bar{u}} = \left(\frac{100^2\bar{u}_A + 50^2\bar{u}_B + 10^2\bar{u}_C + \bar{u}_D}{n} \right)^{1/2}$$

donde $\bar{u}_A, \bar{u}_B, \bar{u}_C$ y \bar{u}_D representan el número medio de defectos de clase A, B, C y D, respectivamente.

Existen otras formas de clasificación de los defectos, como por ejemplo en defectos funcionales o de aspecto, posibilitando la construcción de nuevos gráficos de control.

También se pueden obtener gráficos con otro tipo de distribuciones que no se ajusten a la Poisson, pues no siempre esta será la distribución que mejor modelo los datos, ejemplos de estos gráficos probabilísticos alternativos a los tratados en los apartados anteriores, pueden verse en los trabajos de Johson y Kotz (1969) o un interesante artículo de Jackson (1972). En el trabajo de Benneyan (2006) se discute sobre el empleo de distintos gráficos de control para aplicaciones médicas, proponiendo nuevos gráficos, llamados gráficos g , basados en la distribución geométrica.

1.4. Ejercicios:

1. Cálculase la curva característica del ejemplo de las lámparas, dando tanto la función con la distribución binomial como su aproximada mediante la distribución normal.

2. Se seleccionan, de manera aleatoria, 15 unidades de un proceso de manufactura con el propósito de verificar el porcentaje de unidades defectuosas en la producción. Con base en información pasada, la probabilidad de tener una unidad defectuosa es $p = 0,05$. Si la gerencia ha decidido detener la producción cada vez que una muestra de 15 unidades tenga dos o más defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que, un día determinado, el proceso se detenga, supuesto que funciona correctamente? ¿Cuál es la probabilidad de que no se detenga si $p = 0,1$?

3. Analizar el gráfico de atributos para los siguientes datos, en los que se representa el número de defectos por soldaduras en las planchas de acero utilizadas para la construcción de buques. En cuanto a la variable tamaño representa el número de unidades de inspección en rollo (de tamaño variable de la muestra).

x	tamaño
14	10
12	8
20	13
11	10
7	9,5
10	10
21	12
16	10,5
19	12
23	12,5

4. Un gráfico de control de fracción de disconformes tiene un valor óptimo de 0.01. Si se inspeccionan 50 artículos por día. ¿Cuál es la probabilidad de detectar un cambio en la fracción de disconformes de 0.02 en el primer día después del cambio? ¿Y la probabilidad de detectar este cambio después del quinto día de inspección?

5. Si se quiere elaborar un gráfico de control de atributos, donde la línea central es de 0.01. ¿Qué tamaño muestral sería necesario para determinar un cambio en la fracción de disconformes de una centésima con una probabilidad del 95%?

6. ¿Por qué no son adecuados los gráficos np y u cuando el tamaño de las muestras es diferente?

Bibliografía

- [1] Benneyan JC (2006), "Controversial Healthcare Regulations", *Industrial Engineer*, 38 (5):10-12.
- [2] Duncan AJ (1986): *Quality Control and Industrial Statistics*, Homewood, IL: Irwin.
- [3] Jackson JE (1972): "All Count Distributions Are Not Alike", *Journal of Quality Technology* 4(2):86-92.
- [4] Nelson LS (1994): "A Control Chart for Parts-Per-Million Nonconforming Items", *Journal of Quality Technology* 26(3):239-240.
- [5] Bai, D. S. y Choi, I. S. (1995) X and R Control Charts for Skewed Populations. *Journal of Quality Technology*, 27, pp. 120-131.
- [6] Blazek, L. W., Novic B. y Scott M. D. (1987): Displaying Multivariate Data Using Polyplots. *Journal of Quality Techonolgy*. 19 (2) pp 69-74.
- [7] Chakraborti, S., Van Der Laan, P. y Bakir, S. T. (2001) Nonparametric Control Charts: An Overview and Some Results. *Journal of Quality Technology*, 33, pp. 304-315.
- [8] Doganaksoy, N., Faltin, F. W. y Tucker. W.T. (1991), Identification of out-of-control characteristics in a multivariate manufacturing environment, *Communications in Statistics: Theory and Methods*, Vol. 20, pp. 2775-2790.
- [9] Montgomery, D.C. (2001). *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th edition John Wiley.
- [10] Shewhart, W.A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, Republished in 1986 by Dover Publications.
- [11] Vermaat, M. B., Ion, R., Does, R.J. y Klaassen, C. (2003) A Comparison of Shewhart Individuals Control Chart Based on Normal, Non-Normal, and Extreme Value Theory. *Quality and Reliability Engineering International*, 19, pp. 337-353.
- [12] Willeman, T. R. y Runger, G. C. (1996) Designing Control Charts Using an Empirical Reference Distribution. *Journal of Quality Technology*, 28, pp. 31-38.
- [13] Woodall, W.H. (1985). The statistical design of quality control charts. *The Statistician*, 34. pp. 155-160.