1. TEMA 3: CÓMO FUNCIONAN LOS GRÁFICOS DE CONTROL

Contenido del tema: Introducción. Relación con los contrastes de hipótesis. intervlaos de tolerancias. Tipos de gráficos de control. Calidad y coste. Interpretación de los gráficos de control.

1.1. Introducción.

En este capítulo se introducirán los conceptos básicos sobre el funcionamiento de un gráfico de control, cómo y porqué resultan útiles para el control de la calidad.

Como ya se ha comentado repetidas veces, la variabilidad es algo inherente a cualquier proceso y su control será uno de los objetivos prioritarios de los métodos estadísticos aplicados a la calidad. Para ello será necesario fijar unos límites que delimiten hasta donde esta variabilidad puede suponerse debida a çausas fortuitas". En el caso en el que en el proceso sólo se presentan este tipo de causas se dirá que el proceso está bajo control estadístico. Existe otro tipo de variabilidad que suele estar ligada a fallos en el proceso y que normalmente se conoce como çausas atribuibles", cuanda estas causas están presentes se dirá que el proceso está fuera de control. Un objetivo del control estadístico es detectar la aparición de salidas de control o cambios importantes en el proceso, es decir, visualizar cuando se presentan causas fortútas de cuando las causas son atribuibles.

La forma más común para la construcción de un gráfico de control es dibujando una línea central, que podrá ser una medida de posición (media, mediana,...), una proporción o una medida de dispersión (rango, varianza, desviación típica). En el gráfico suele presentarse otras dos lineas horizontales, llamadas límites superior e inferior de control (LSC y LIC). Para la elección de estos límites se buscará que cuando el proceso se encuentre bajo control estadístico, çasi"la totalidad de los datos muestrales representados en el diagrama se encuentren entre esos límites. Los puntos representados en el gráfico corresponden a estimaciones de alguna característica de interés del proceso, medias muestrales, proporciones, rangos, etc.

En el gráfico se van representando de forma correlativa los valores muestrales con objeto de poder monitorizar el proceso. Se acostumbra a unir los valores representados mediante líneas poligonales para poder visualizar con mayor facilidad la salida de los límites de control, o la presencia anómala de secuencias no aleatorias (rachas). Aún cuando todos los valores muestrales se encuentren en los límites de control pueden presentarse secuencias de valores por encima o por debajo de la línea central que indiquen claramente una alteración en el proceso, para ello serán útiles realizar distintos contrastes que permitan detectar estas salidas de control.

En la figuras 1-1 se representa un gráfico de control teórico. Como línea central se dibuja la media del proceso, y como límites superior e inferior la media más y menos 3 veces su desviación típica, sería pues un gráfico de control de variables que se analizarán con detalle en el tema siguiente. La figura 1-2 muestra una salida de un gráfico de control para la media de una característica de calidad.

Este tipo de gráficos se conocen también como gráficos tipo Shewhart en honor a su creador el doctor Walter Shewhart que los empleó por vez primera en sus trabajos en la Bell Telephone. La empresa americana Bell Telephone tenía el objetivo de mejorar la fiabilidad de sus sistemas de transmisión. Debido a que los amplificadores y otros equipos tenían que ser enterrados, había una necesidad comercial de reducir la frecuencia de los fallos y reparaciones. Cuando el Dr. Shewhart se unió a la Western Electric Company Inspection Engineering Department en 1918, la calidad industrial estaba limitada a la inspección de productos terminados y la remoción de artículos defectuosos. Todo eso cambió con las aportaciones de Shewhart. George D Edwards, que era el jefe de calidad de la empresa recuerda: .El Dr. Shewhart preparó un pequeño memorandum de sólo una página de longitud. Casi un tercio de la página lo ocupaba un sencillo diagrama que todos reconocemos hoy día como un diagrama de control esquemático. Ese diagrama, y el corto texto que lo precedía y lo seguía, establece todos los principios esenciales y consideraciones encerrados en lo que hoy conocemos como Control Estadístico de Procesos."

Shewhart enmarcó el problema en términos de variacion por Causas Normales o Aleatorias y Causas Especiales o Asignables e introdujo las gráficas de control como una herramienta para distinguir entre las dos. Shewhart enfatizaba que traer proceso de producción a un estado de control estadístico, donde solo hay variacion por Causas Normales o Aleatorias, y mantenerlo controlado, es necesario para predecir el resultado futuro y administrar un proceso económicamente.

En ocasiones resulta útil la representación de estos puntos muestrales con sus correspondientes límites de tolerancias, es el denominado gráfico de tolerancias (véase la figura 1-3)

Hoy en día no se discuta la bondad de los gráficos de control como una potente herramienta que permite, entre otras coas, mejorar la productividad, evitar defectos, evitar ajustes innecesarios en las máquinas y proporcionar información del proceso para su análisis y mejora.

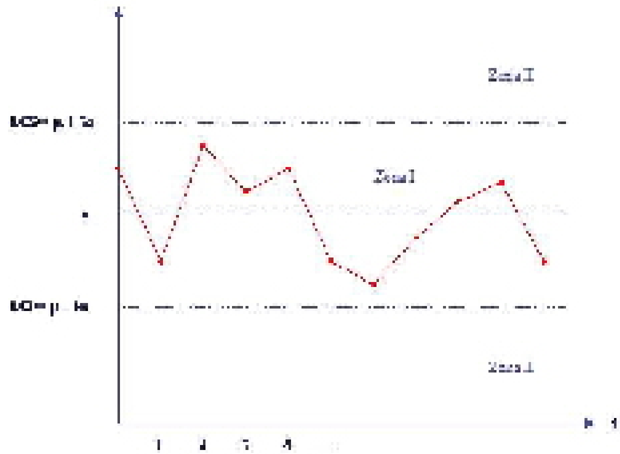

Figura 1-1   Gráfico de control tipo Shewhart.

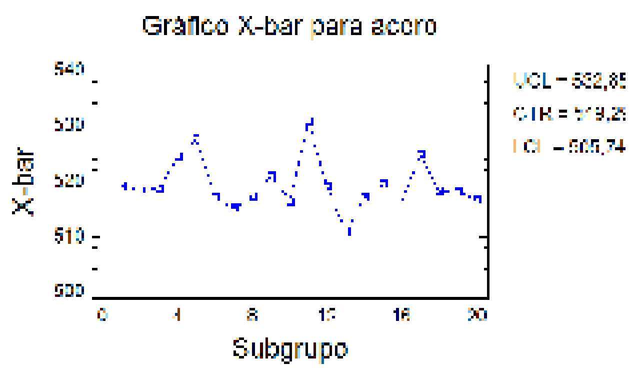

Figura 1-2   Gráfico de control de la media en el que se representan 20 subgrupos.

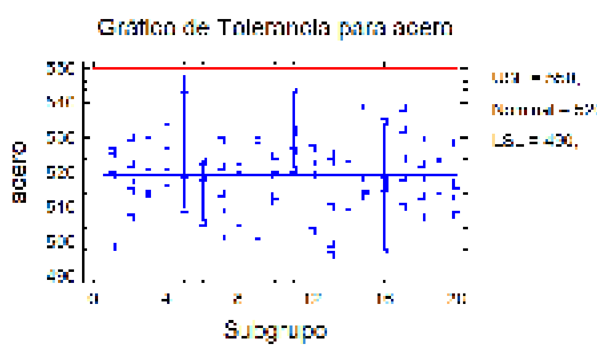

Figura 1-3   Gráfico de tolerancias en el que se representan todos los puntos muestrales y sus límites de especificación.

1.2. Relación con el contraste de hipótesis

El funcionamienteo de un gráfico de control puede relacionarse con las ideas que sustentan los contrastes de hipótesis. Como es conocido una hipétesis estadística es una conjetura sobre una o varias características de interés.

Bajo esta teoría de los contrastes o test de hipótesis, se denomina hipótesis nula, que habitualmente se denota por H_0, a la hipótesis que se contrasta. Esta hipótesis nula debe ser la hipótesis que el experimentador asume como correcta. En el caso del control de calidad la hipótesis nula sería la de suponer que el proceso está bajo control en cada una de las muestra seleccciondas. Rechazar la hipótesis nula implica asumir como correcta una hipótesis complementaria, que en este contexto se denomina hipótesis alternativa y que suele denotarse por H_1. Un punto que esté fuera de los límites de control puede interpretarse como un incumplimiento de la hipótesis nula y una aceptación de la alternativa, es decir, dar por contrastado que el proceso ha salido de control.

1.2.1. Errores de tipo I y II o riesgos del vendedor y comprador

En un contraste de hipótesis, a la decisión de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es cierta se la denomina error de tipo I, en este contexto de control es más habitual denominarlo o r**iesgo del vendedor**, mientras que al error cometido al no rechazar la hipótesis nula cuando ésta es falsa se la denomina **riesgo del comprador** (error de tipo II en el caso de los contrastes estadísticos). Las cuatro posibles situaciones son:

	Situación real:	
	H_0 es cierta	H_0 es falsa
No se rechaza H_0	DECISIÓN CORRECTA	ERROR DE TIPO II
Se rechaza H_0	ERROR DE TIPO I	DECISIÓN CORRECTA

En los contrastes de hipótesis se mide su potencia del test mediante la denominada curva de potencia, sin embargo, en el caso de los gráficos de control se utilizará la inversa de esta curva de potencia que se denomina curva característica de operación (curva OC de las siglas Operating Characteristics) y que representa visualizar en una gráfico el error de tipo II (también llamado riesgo β) en función de distintos valores para la hipótesis alternativa. Es frecuente que dicha curva se construya representando este error en función de la magnitud del cambio que se pretende estudiar (normalmente expresado en unidades de desviación estandar). En la figura 1-4 se represena la curva OC para un control por variables, en el que se representa en el eje de ordenadas la probabilidad del error de tipo II (error que se comete al aceptar que el proceso está bajo control sin estarlo) mientras que el eje de abscisas muestra distintos valores para la media del proceso.

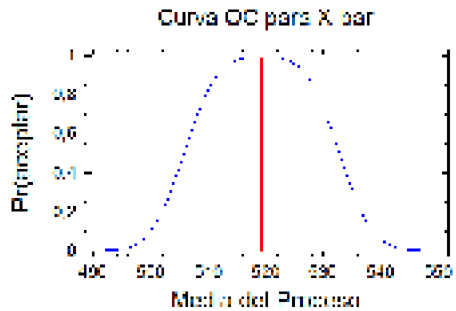

Figura 1-4   Curva OC para la media de un proceso.

1.2.2. Subgrupos racionales. Tamaño de muestra y frecuencia de muestreo

En el diseño de gráficos de control una de las decisiones importantes es la especificar el tamaño muestral y la frecuencia de muestreo. En general, muestras grandes facilitan detectar cambios pequeños pero cuando existe poca variabilidad en el proceso optar por muestras pequeñas puede ser un acierto. Para la selección del tañano suele hacerse uso de las curvas OC. Si se representan para distintos tamaño de muestra estas curvas puede ser un instrumento eficaz para analizar el poder del gráfico.

Por otra parte la frecuencia de muestreo es otro factor importante a tener en cuenta, lo habitual es considerar cuestiones económicas y del propio proceso y encontrar un equilibrio entre el tamaño de las muestras y la frecuencia.

Cuando el gráfico de control se emplea para la monitorización en el tiempo de un proceso los subgrupos racionales deben de contemplar este factor y pemitir analizar el proceso a lo largo del tiempo como se de una serie temporal se tratase. En el caso de controlar una variable con poca dispersión suelen emplearse muestras pequeñas de tamaño 4 o 5 a intervalos cortos de tiempo. Cuando se estudia el control por atributos las muestras necesitarán ser de mayor tamaño con objeto de poder aplicar las correspondientes aproximaciones de las distribuciones discretas por una continua, como es el caso de usar la distribución normal como límite de la binomial.

Para resolver el problema del tamaño y la frecuencia, Walter Shewhart propuso elegir lo que denominó **subgrupos racionales**. La idea es la selección de subgrupos o muestras de forma que si existen causas atribuibles la probabilidad de diferenciar entre estos subgrupos sea máxima, mientras que se haga mínima esa probabilidad dentro del subgrupo.

Se emplean distintas formas para la construcción de los subgrupos racionales. La más frecuente es cuando el objetivo del gráfico de control es detectar cambios pequeños en el proceso. En este caso se buscará minimizar la variabilidad dentro de cada muestra al tiempo que se maximiza entre muestras distintas. Este primer enfoque proporcionará buenas estimaciones de la varibilidad en el caso del control por variables.

Otro enfoque consiste en seleccionar muestras aleatorias en un determinado intervalo de muestreo con objeto de tomar decisiones de la aceptación o no del proceso estudiado. Este segundo método requiere de una interpretación diferente de los gráficos de control. En procesos de la industria química es frecuente que los datos no cambien en un período corto de tiempo por lo que se construirán gráficos basados en datos individuales.

La selección adecuada del tamaño muestral y la secuencia de muestreo es una tarea importante en la creación de los gráficos de control que deberá ser estudiada con detalle, teniendo en cuenta el coste del proceso y determinadas características del mismo que permitan maximizar la información que proporciona este tipo de herramientas.

1.3. Tipo de gráficos de Control

Cuando la característica de calidad puede expresarse en términos de una variable aleatoria continua (longitud, peso, resistencia,...) tendrá interés controlar el valor medio y la variabilidad, para ello existe toda una teoría que se engloba dentro del denominado control por variables. Estes gráficos serán tratados con detalle en el tema siguiente.

En el caso en que lo que se tenga es sólo una propiedad como el producto es defectuoso o no, se utilizarán gráficos de atributos. En este tipo de estudios es habitual denominar conforme o no conforme y graficar bien el porcentaje de conformes en función del tamaño de las muestras (gráficos p) o bien el número de no conformidades por unidad muestreada (gráficos u).

En el caso de los gráficos de variables se buscará controlar una característica medible, X, cuyo objetivo o valor nominal, (en inglés Target: blanco u objetivo) se representará por T. Así, si X representa a la variable aleatoria que mide la longitud de una pieza, T será la medida especificada por el diseño de la pieza en cuestión. En este caso, supondremos que el proceso se ajusta de manera que la media de la variable aleatoria X es precisamente T. El objetivo del control de fabricación será mantener el proceso en estado de control: comprobando que la media del proceso se mantiene en el valor nominal (T) y que la dispersión se mantiene entorno a unos límites. Cuando la media del proceso y su desviación típica son conocidas, bajo la hipó tesis de normalidad, es posible calcular la proporción de elementos producidos cuya característica estará comprendida entre dos límites fijos.

1.4. Intervalos de tolerancia. Calidad y coste.

Una de las aportaciones del japonés Genichi Taguchi a la calidad ha sido la incorporación de una función cuadrática para controlar el coste de producción y tener en cuenta este a la hora de tomar decisiones. La idea será producir con alta calidad pero sin aumentar el coste esto va permitir elegir unos intervalos de especificación para los productos basados en el coste que supone su fabricación.

Se define *intervalo de tolerancia* para X como el conjunto de valores que se consideran admisibles, normalmente estarían marcados previamente al proceso de fabricación por el comprador del producto o por la siguiente línea de producción.

Tradicionalmente, si una desviación mayor de L hace que el producto sea defectuoso, el intervalo de tolerancia se fijaba como $[T-L, T+L]$. Este enfoque presenta dos grandes inconvenientes. Uno de ellos es que, si el objetivo final es fabricar componentes con característica nominal T, no parece lógico considerar igualmente buenas cualesquiera unidades incluidas en el intervalo $[T-L, T+L]$, sin tener en cuenta su cercanía a T. Otro problema consiste en que, de esa forma, no se está teniendo en cuenta el coste que tiene para el usuario la falta de calidad (coste de la no calidad). Así, por ejemplo, no es igualmente grave el fabricar una componente defectuosa que produce una avería final en un aparato con un coste de reparación de 5000 euros que si el coste es de 500 euros.

Para tratar de resolver ambos problemas se introduce una función de coste cuadrática también llamada función de Taguchi, que controle que las desviaciones por exceso y por defecto del valor nominal presentan el mismo coste y que las desviaciones pequeñas tengan un coste reducido, aumentando luego el coste rápidamente. La expresión para el coste de una unidad con valor x de la característica medible es

$$C(x) = K \cdot (x - T)^2,$$

donde la constante K puede obtenerse haciendo uso del coste de reposición de un elemento defectuoso. Así, si C_c es el coste que para el usuario supone reemplazar una unidad con $x_0 = T \pm L$, de la igualdad $C(x_0) = C_c$, se obtiene que $K = C_c/L^2$ y, por tanto, la *función de coste* social o de Taguchi resulta

$$C(x) = C_c \left(\frac{x - T}{L} \right)^2 .$$

Example 1 *Considérese la fabricación de una pieza, con longitud nominal de 625 mm y que es defectuosa si se desvía en más de 3 mm de este valor, siendo 300 euros el coste de reposición para el usuario de una pieza defectuosa. En estas condiciones, la función de coste social es*

$$C_c(x) = 300 \left(\frac{x - 625}{3} \right)^2 .$$

El coste que para el usuario tiene una pieza de 626 mm es de 33,3 *euros.*

La determinación del intervalo de tolerancia, por parte del fabricante, debe hacerse teniendo en cuenta el coste que para un usuario representa el que un producto sea defectuoso. Denotando por C_f el coste que tiene para el fabricante la reposición de un producto defectuoso, puede calcularse f ácilmente el valor que ha de tener la característica medible para que su coste social coincida con este coste de reposición del fabricante, es decir, resolver $C(x) = C_f$, obteniendo

$$x = T \pm L\sqrt{\frac{C_f}{C_c}}.$$

En base a estos razonamientos, el intervalo de tolerancia del fabricante debe ser

$$\left[T - L\sqrt{\frac{C_f}{C_c}}, T + L\sqrt{\frac{C_f}{C_c}}\right],$$

ya que así el fabricante tendrá garantizado que si el usuario le repercutiese el coste de cualquier producto dentro de dichas especificaciones, este sería menor o igual que el de reposición.

Example 2 *Si en el ejemplo anterior se considera un coste de reposición para el fabricante de 50 euros, su tolerancia de fabricación debe ser*

$$\left[625 - 3\sqrt{\frac{50}{300}}, 625 + 3\sqrt{\frac{50}{300}}\right] = [623.78, 626.22],$$

que es bastante más reducido que el intervalo de tolerancias técnicas $[622, 628]$.

En general, siempre que el coste de reposición para el usuario sea poco mayor que el del fabricante, el intervalo de tolerancias de fabricación será sólo ligeramente más pequeño que el de tolerancias técnicas. En caso contrario, el intervalo puede reducirse considerablemente.

Dado que la característica medible se está suponiendo una variable aleatoria con distribución normal de media T y desviación típica σ, puede calcularse fácilmente el coste social esperado (o medio) de la fabricación:

$$E[C(X)] = C_c \frac{E[(X-T)^2]}{L^2} = C_c \frac{\sigma^2}{L^2}.$$

Resulta claro, pues, que reducir la variabilidad de la fabricación equivale a reducir los costes sociales por falta de calidad.

1.4.1. El concepto de capacidad

En todo proceso productivo se puede definir una medida de la capacidad que el proceso tiene para cumplir para satisfacer sus especificaciones de calidad.

Para la determinación de la capacidad del proceso será necesario estimar ciertos parámetros poblacionales a partir de sus correspondientes valores muestrales, dependiendo de si se trata de control por variables o por atributos la capacidad vendrá estimada por parámtros distinos.

Si la característica de calidad es continua y con distribución $N(T, \sigma)$, cuando el proceso se encuentra bajo control casi la totalidad de las unidades producidas (exáctamente el 99,73 % de las mismas) se encuentran en un intervalo de amplitud 6σ, centrado en el valor nominal, T. Matemáticamente,

$$\begin{aligned} P\left(T-3\sigma \leq X \leq T+3\sigma\right) &= P\left(|X-T| \leq 3\sigma\right) = \Phi(3) - \Phi(-3) = \\ 2\Phi(3) - 1 &= 2 \cdot 0{,}998650 - 1 = 0{,}9973 \end{aligned}$$

Por ello, el intervalo $[T - 3\sigma, T + 3\sigma]$ se denomina de tolerancias naturales o intrínsecas del proceso. Teniendo esto en cuenta se define la *capacidad del proceso como* 6σ.

Para analizar la adecuación de un proceso a las especificaciones preestablecidas es necesario conocer su capacidad. Supóngase que el intervalo de tolerancias o especificaciones de fabricación de un proceso es (LSE, LIE), centrado en T. Entonces, se define el índice de capacidad del proceso como el cociente entre los límites de especificación y su capacidad.

$$IC = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}.$$

Para determinar este índice será preciso estimar el valor de la desviación típica. Se verá en el tema siguiente como para esta estimación se podrán usar distintas medidas de dispersión. Este es el índice más sencillo, que sin embargo, se emplea con mayor frecuencia, aunque existen multitdo de índices, algunos de ellos específicos para situaciones en los que fallan las hipótesis de normalidad o simetría de la distribución de la variable analizada.

1.5. Interpretación de los gráficos de control

Para interpretar los gráficos de control existen una serie de pautas que pasamos a analizar.

Cambios bruscos en la media y/o en la variabilidad

Si existe un cambio brusco en la media, este se identificará por valores extremos fuera de los límites de control en el gráfico de medias, pudiendo no verse afectado el de variabilidad. Si el cambio es la variabilidad del proceso esto se verá reflejado en puntos extremos fuera de los límites de control tanto en el gráfico de variabilidad como, posiblemente, en el de medias. Mientras que en el de variabilidad los puntos extremos fuera de control serán de la misma naturaleza, en el de medias podría salirse de control por extremos opuestos o incluso algunos permanecer bajo control.

Tendencias o rachas

Si el desplazamiento de la media o de la variabilidad es paulatino a lo largo del tiempo, esto se manifiesta en lo que habitualmente se denota por racha, un alineamiento de valores consecutivos de un mismo lado respecto a la línea central (bien todos por encima o por debajo de la misma). Una racha se considera indicativa de anormalidad cuando está constituida por 7 u 8 valores. Así, que aparezca una racha de 8 valores por encima de la media, por azar, tiene una probabilidad aproximada de 0,004.

Periodicidades

Son repeticiones cíclicas de alguna de las gráficas de control. Habitualmente denotan diferencias entre turnos o estacionalidad en la calidad de la materia prima, por ejemplo. También pueden ser indicativas de que alguna variable ambiental (que fluctua con el día, o con la estación del año) tenga alguna influencia en el proceso.

Inestabilidad

Consiste en la presencia de grandes fluctuaciones que, en ocasiones, pueden provocar que algún valor caiga fuera de los límites de control. Suelen deberse a un sobreajuste de la máquina, a la presencia de heterogeneidad en la materia prima (mezclada a lo largo del tiempo, en almacen, por ejemplo) o a falta de entrenamiento de un operario.

Sobreestabilidad

Es el fenómeno contrario y se da cuando la variabilidad es menor de la esperada. Resulta muy importante identificar esta situación y analizar las causas que la producen, ya que así podrá reducirse la variabilidad del proceso y aumentar, por tanto, su capacidad.

Una forma práctica de identificar esta situación consiste en dibujar una serie de líneas auxiliares en el gráfico de control, a una y dos desviaciones típicas, tanto por encima como por debajo, de la l ínea central. Si el proceso se encuentra bajo control, alrededor del 68 de los puntos se encuentran en la franja comprendida entre las más cercanas de estas líneas ($\mu \pm \sigma$). Una presencia sustancialmente mayor de valores en esta zona, indica sobreestabilidad.

En ocasiones resulta cómodo distribuir las zonas en función del número de desviaciones, como zonas A, B y C, según se separen en 3, 2 o 1 veces de la desviación y contar el número de rachas por encima o debajo de estas zonas, así como las tendencias ascendentes y descentes o los puntos fuera de control (véase el gráfico 1-5).

Entre los diferentes criterios que se siguen para analizar los gráficos de control y tomar decisiones están la reglas de la Western Electric (que no es más que uno de los muchos ejemplos que se pueden encontrar). Estas reglas dicen que una salida de control estaría indicada si ocurre uno de los siguientes casos:

- Un punto cae fuera de los límites 3 sigma.
- Dos de tres puntos caen fuera de los límites dos sigma.
- Cuatro de cinco puntos consecutivos se encuentran a una distancia de un sigma o más de la línea central.
- Ocho puntos consecutivos se encuentran al mismo lado de la línea central.

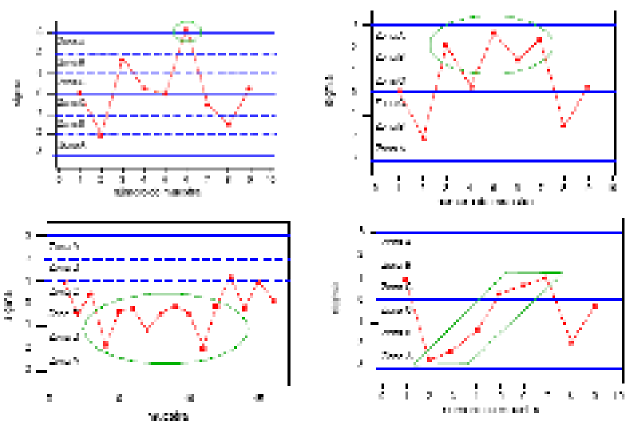

Figura 1-5 Distintas situaciones de fuera de control en un gráfico Shewhart.