11. Análisis estructural

Al igual que en el caso univariante, sólo se dispone de una realización del proceso multivariante y por eso es necesario asumir ciertas hipótesis de estacionariedad sobre $Z(x)$

11.1. Proceso multivariante estacionario de segundo orden

- Existe $E[Z_i(x)] = m_i; \forall i = 1, 2, \ldots, p; \forall x \in D$.
- Existe $Cov(Z_i(x), Z_j(x+h)) = C_{i,j}(h); \forall i, j = 1, 2, \ldots, p; \forall x \in D$ y $\forall h \in \mathbb{R}^d$.

Las funciónes $C_{i,j}(h)$ reciben el nombre de **covariogramas cruzados**.

1. En general los covariogramas cruzados, al contrario que en el caso unidimensional, no son simétricos:

$$C_{i,j}(h) = Cov(Z_i(x), Z_j(x+h)) \neq Cov(Z_j(x), Z_i(x+h)) = C_{i,j}(-h).$$

2. Se verifica que $C_{i,j}(h) = C_{j,i}(-h)$.
3. Por la desigualdad de Cauchy-Schwarz

$$|C_{i,j}(h)|^2 \leq |C_{i,i}(h)|\,|C_{j,j}(h)| \leq C_{i,i}(0)\,C_{j,j}(0),$$

por lo que los covariogramas cruzados están siempre acotados superiormente.

11.2. Proceso multivariante intrínsecamente estacionario

- Existe $E[Z_i(x) - Z_i(x+h)] = m_i(h); \forall i = 1, 2, \ldots, p; \forall x \in D$.
- Existe $\frac{1}{2}Cov[(Z_i(x) - Z_i(x+h)), (Z_j(x) - Z_j(x+h))] = \gamma_{i,j}(h)$.

Las funciones $\gamma_{i,j}(h)$ reciben el nombre de **semivariogramas cruzados**.

1. Los semivariogramas cruzados son simétricos: $\gamma_{i,j}(h) = \gamma_{i,j}(-h)$.
2. Los semivariogramas cruzados son nulos en el origen: $\gamma_{i,j}(0) = 0$.

3. En el caso de variables estacionarias de segundo orden, existe una relación entre semivariograma y covariograma cruzados:

$$\gamma_{i,j}(h) = C_{i,j}(0) - \frac{1}{2}\left[C_{i,j}(h) + C_{i,j}(-h)\right].$$

4. El semivariograma cruzado es estimable sólo si $S_i = S_j$.

Es importante señalar que ésta no es la única definición de semivarigrama cruzado que puede encontrarse en la bibliografía, ya que existen diversas formas de generalizar los semivariogramas unidimensionales al caso multidimensional. Así, por ejemplo, una segunda definición muy extendida es:

$$\frac{1}{2}Var\left(Z_i(x) - Z_j(x+h)\right) = \gamma_{i,j}(h)\,; \forall i, j = 1, 2, \ldots, p; \forall x \in D \text{ y } \forall h \in \mathbb{R}^d.$$

A esta segunda expresión se le suele denominar **pseudosemivariograma cruzado**.

1. Por lo general, los pseudosemivariograma cruzados no son simétricos: $\gamma_{i,j}(h) = \gamma_{j,i}(-h) \neq \gamma_{i,j}(-h)$.

2. Los pseudosemivariograma cruzados pueden ser no nulos en el origen: $\gamma_{i,j}(0) \geq 0$.

3. En el caso de variables estacionarias de segundo orden, no existe una relación entre pseudosemivariograma y covariograma cruzados.

4. El pseudosemivariograma cruzado siempre es estimable, aún cuando $S_i \neq S_j$.

En todo caso, si los covariogramas, o los semivariogramas, o los pseudosemivariograma cruzados son sólo función de la distancia $\|h\|$ y no de la dirección del vector, se denominan isotrópicos. En caso contrario se habla de anisotropía.