

---

## Capítulo Dos

---

### *Definiciones Básicas de Geoestadística*

#### **2.1. Definición de Geoestadística**

La geoestadística es una rama de la estadística que trata fenómenos espaciales (Journel & Huijbregts, 1978). Su interés primordial es la estimación, predicción y simulación de dichos fenómenos (Myers, 1987). Esta herramienta ofrece una manera de describir la continuidad espacial, que es un rasgo distintivo esencial de muchos fenómenos naturales, y proporciona adaptaciones de las técnicas clásicas de regresión para tomar ventajas de esta continuidad (Isaaks & Srivastava, 1989). Petitgas (1996), la define como una aplicación de la teoría de probabilidades a la estimación estadística de variables espaciales.

La modelación espacial es la adición más reciente a la literatura estadística. Geología, ciencias del suelo, agronomía, ingeniería forestal, astronomía, o cualquier disciplina que trabaja con datos colectados en diferentes locaciones espaciales necesita desarrollar modelos que indiquen cuando hay dependencia entre las medidas de los diferentes sitios. Usualmente dicha modelación concierne con la predicción espacial, pero hay otras áreas importantes como la simulación y el diseño muestral (Cressie, 1989).

Cuando el objetivo es hacer predicción, la geoestadística opera básicamente en dos etapas. La primera es el análisis estructural, en la cual se describe la correlación entre puntos en el espacio. En la segunda fase se hace predicción en sitios de la región no muestreados por medio de la técnica *kriging* (capítulo 4). Este es un proceso que calcula un promedio ponderado de las observaciones muestrales. Los pesos asignados a los valores muestrales son apropiadamente determinados por la estructura espacial de correlación establecida en la primera etapa y por la configuración de muestreo (Petitgas, 1996). Los fundamentos básicos de estas etapas son presentados a continuación.

#### **2.2. Variable Regionalizada.**

Una variable medida en el espacio de forma que presente una estructura de correlación, se dice que es una variable regionalizada. De manera más formal se puede definir como un proceso estocástico con dominio contenido en un espacio euclidiano  $d$ -dimensional  $\mathbb{R}^d$ ,  $\{Z(x) : x \in D \subset \mathbb{R}^d\}$ . Si  $d = 2$ ,  $Z(x)$  puede asociarse a una variable medida en un punto  $x$  del plano (Díaz-Francés, 1993). En términos prácticos  $Z(x)$  puede verse como una medición de una variable aleatoria (p.ej. concentración de un contaminante) en un punto  $x$  de una región de estudio.

Recuérdese que un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias indexadas; esto es, para cada  $x$  en el conjunto de índices  $D$ ,  $Z(x)$  es una variable aleatoria. En el caso de que las mediciones sean hechas en una superficie, entonces  $Z(x)$  puede interpretarse como la variable aleatoria asociada a ese punto del plano ( $x$  representa las coordenadas, planas o geográficas, y  $Z$  la variable en cada una de ellas). Estas variables

aleatorias pueden representar la magnitud de una variable ambiental medida en un conjunto de coordenadas de la región de estudio.

### 2.3. Momentos de una Variable Regionalizada

Sea  $\{Z(x) : x \in D \subset \mathbb{R}^d\}$  el proceso estocástico que define la variable regionalizada. Para cualquier  $n$  puntos  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , el vector aleatorio  $\vec{Z}(x) = [Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)]^T$

está definido por su función de distribución conjunta

$$F[z_1, z_2, \dots, z_n] = P[Z(x_1) \leq z_1, Z(x_2) \leq z_2, \dots, Z(x_n) \leq z_n]$$

Conocidas las densidades marginales univariadas y bivariadas se pueden establecer los siguientes valores esperados (momentos univariados y bivariados):

- $E(Z(x_i)) = m(x_i)$
- $V(Z(x_i)) = E[Z(x_i) - m(x_i)]^2 = \sigma_i^2$
- $C(Z(x_i), Z(x_j)) = E[Z(x_i) - m(x_i)][Z(x_j) - m(x_j)]:$  Función de autocovarianza
- $\gamma(Z(x_i), Z(x_j)) = \frac{1}{2} E[Z(x_i) - Z(x_j)]^2:$  Función de semivarianza

### 2.4. Estacionariedad

La variable regionalizada es estacionaria si su función de distribución conjunta es invariante respecto a cualquier translación del vector  $h$ , o lo que es lo mismo, la función de distribución del vector aleatorio  $\vec{Z}(x) = [Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)]^T$  es idéntica a la del vector  $\vec{Z}(x) = [Z(x_1 + h), Z(x_2 + h), \dots, Z(x_n + h)]^T$  para cualquier  $h$ . La teoría geoestadística se basa en los momentos arriba descritos y la hipótesis de estacionariedad puede definirse en términos de estos:

#### 2.4.1 Estacionariedad de Segundo Orden

Sea  $\{Z(x) : x \in D \subset \mathbb{R}^d\}$  una variable regionalizada definida en un dominio  $D$  contenido en  $\mathbb{R}^d$  (generalmente una variable medida en la superficie de una región) se dice que  $Z(x)$  es estacionario de *segundo orden* si cumple:

a.  $E[Z(x)] = m, \quad k \in \mathbb{R}, \quad \forall x \in D \subset \mathbb{R}^d.$

El valor esperado de la variable aleatoria es finito y constante para todo punto en el dominio.

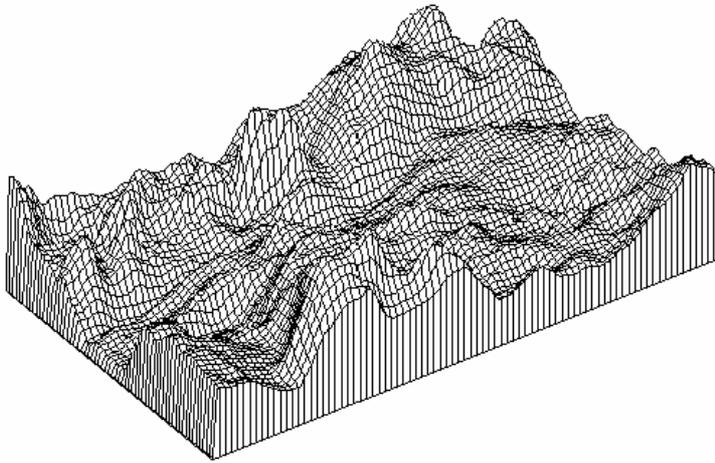
b.  $COV[Z(x), Z(x+h)] = C(h) < \infty$

Para toda pareja  $\{Z(x), Z(x+h)\}$  la covarianza existe y es función única del vector de separación  $h$ .

En la figura 6 se muestra el gráfico de una variable regionalizada estacionaria. Exceptuando fluctuaciones aleatorias, el valor promedio de la variable no muestra una tendencia definida en alguna dirección.

La existencia de la covarianza implica que la varianza existe, es finita y no depende de  $h$ , es decir  $V(Z(x_i)) = C(0) = \sigma^2$ . Así mismo la estacionariedad de segundo orden implica la siguiente relación entre la función de semivarianza y la de autocovarianza:

$$\begin{aligned} \gamma(Z(x+h), Z(x)) &= \gamma(h) = \frac{1}{2} E[Z(x+h) - m - Z(x) + m]^2 \\ &= \frac{1}{2} \{E(Z(x+h) - m)^2 + E(Z(x) - m)^2 - 2E(Z(x+h) - m)(Z(x) - m)\} \\ &= \frac{1}{2} \sigma^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 - E\{(Z(x+h) - m)(Z(x) - m)\} \\ &= \sigma^2 - C(h). \end{aligned}$$



**Figura 6.** Representación de una superficie interpolada para una variable regionalizada estacionaria

#### 2.4.2. Estacionariedad Débil o Intrínseca

Existen algunos fenómenos físicos reales en los que la varianza no es finita. En estos casos se trabaja sólo con la hipótesis que pide que los incrementos  $[Z(x+h) - Z(x)]$  sean estacionarios, esto es (Clark, 1979):

a.  $Z(x)$  tiene esperanza finita y constante para todo punto en el dominio. Lo que implica que la esperanza de los incrementos es cero.

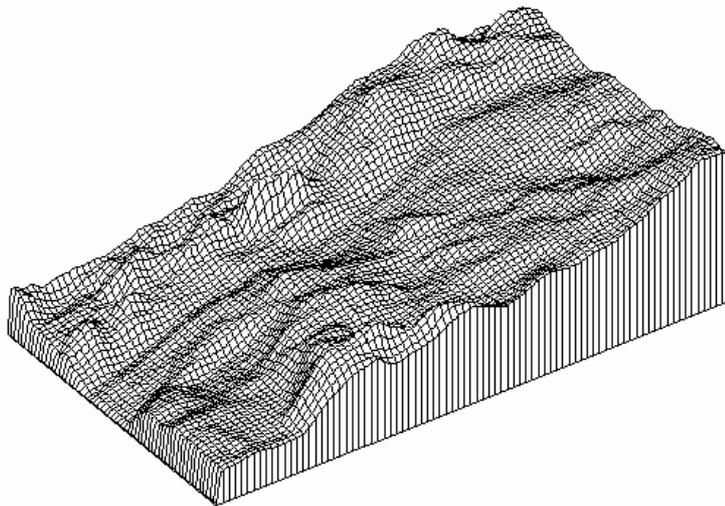
$$E[Z(x+h) - Z(x)] = 0$$

b. Para cualquier vector  $h$ , la varianza del incremento está definida y es una función única de la distancia.

$$V[Z(x+h) - Z(x)] = E[Z(x+h) - Z(x)]^2 = 2 \gamma(h)$$

Es claro que si una variable regionalizada es estacionaria fuerte entonces también será estacionaria débil. El concepto de estacionariedad es muy útil en la modelación de series temporales (Box & Jenkins, 1976). En este contexto es fácil la identificación, puesto que sólo hay una dirección de variación (el tiempo). En el campo espacial existen múltiples direcciones y por lo tanto se debe asumir que en todas el fenómeno es estacionario. Cuando la esperanza de la variable no es la misma en todas las direcciones o cuando la covarianza o correlación dependan del sentido en que se determinan, no habrá estacionariedad. Si la correlación entre los datos no depende de la dirección en la que esta se calcule se dice que el fenómeno es *isotrópico*, en caso contrario se hablará de *anisotropía*. En Isaaks y Srivastava (1989) se definen los posibles tipos de anisotropía y se proponen algunas soluciones. Cressie (1993) discute cual debe ser el tratamiento en caso de que la media no sea constante.

En casos prácticos resulta compleja la identificación de la estacionariedad. Suelen emplearse gráficos de dispersión de la variable respecto a las coordenadas, de medias móviles y de valores clasificados según puntos de referencia, con el propósito de identificar posibles tendencias de la variable en la región de estudio. La isotropía es estudiada a través del cálculo de funciones de autocovarianza o de semivarianza muestrales (capítulo3) en varias direcciones. Si estas tienen formas considerablemente distintas puede no ser válido el supuesto de isotropía. Finalmente una variable regionalizada será no estacionaria si su esperanza matemática no es constante, esto es si  $E[Z(x)] = m(x)$ . En la figura 7 se representa una variable regionalizada en la que existe tendencia en el valor promedio de la variable, lo cual es claro indicador de no estacionariedad.



**Figura 7.** Representación de una superficie interpolada para una variable regionalizada no estacionaria

#### 3.1. Funciones de Correlación Espacial

La primera etapa en el desarrollo de un análisis geoestadístico es la determinación de la dependencia espacial entre los datos medidos de una variable. Esta fase es también conocida como análisis estructural. Para llevarla a cabo, con base en la información muestral, se usan tres funciones: El semivariograma, el covariograma y el correlograma. A continuación se hace una revisión de los conceptos asociados a cada una de ellas y se describen sus bondades y limitaciones.

##### 3.1.1. Variograma y Semivariograma.

Cuando se definió la estacionariedad débil en el capítulo anterior se mencionó que se asumía que la varianza de los incrementos de la variable regionalizada era finita. A esta función denotada por  $2\gamma(h)$  se le denomina variograma. Utilizando la definición teórica de la varianza en términos del valor esperado de una variable aleatoria, tenemos:

$$\begin{aligned} 2\gamma(h) &= V(Z(x+h)-Z(x)) \\ &= E\left((Z(x+h)-Z(x))^2\right) - \underbrace{\left(E(Z(x+h)-Z(x))\right)^2}_0 \\ &= E\left((Z(x+h)-Z(x))^2\right) \end{aligned}$$

La mitad del variograma  $\gamma(h)$ , se conoce como la función de semivarianza y caracteriza las propiedades de dependencia espacial del proceso. Dada una realización del fenómeno, la función de semivarianza es estimada, por el método de momentos, a través del semivariograma experimental, que se calcula mediante (Wackernagel, 1995):

$$\bar{\gamma}(h) = \frac{\sum (Z(x+h) - Z(x))^2}{2n}$$

donde  $Z(x)$  es el valor de la variable en un sitio  $x$ ,  $Z(x+h)$  es otro valor muestral separado del anterior por una distancia  $h$  y  $n$  es el número de parejas que se encuentran separadas por dicha distancia. La función de semivarianza se calcula para varias distancia  $h$ . En la práctica, debido a irregularidad en el muestreo y por ende en las distancias entre los sitios, se toman intervalos de distancia  $\{[0, h], [h, 2h], [2h, 3h], \dots\}$  y el semivariograma experimental corresponde a una distancia promedio entre parejas de sitios dentro de cada intervalo y no a una distancia  $h$  específica. Obviamente el número de parejas de puntos  $n$  dentro de los intervalos no es constante.

Para interpretar el semivariograma experimental se parte del criterio de que a menor distancia entre los sitios mayor similitud o correlación espacial entre las observaciones. Por ello en presencia de autocorrelación se espera que para valores de  $h$  pequeños el

semivariograma experimental tenga magnitudes menores a las que este toma cuando las distancias  $h$  se incrementan.

### 3.1.2. Covariograma y Correlograma.

La función de covarianza muestral entre parejas de observaciones que se encuentran a una distancia  $h$  se calcula, empleando la fórmula clásica de la covarianza muestral, por:

$$C(h) = COV(Z(x+h), Z(x)) = \frac{\sum_{i=1}^n (Z(x+h) - m)(Z(x) - m)}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n (Z(x+h) \cdot Z(x))}{n} - m^2 = C(h)$$

donde  $m$  representa el valor promedio en todo punto de la región de estudio y  $n$  es el número de parejas de puntos que se encuentran a una distancia  $h$ . En este caso es también válida la aclaración respecto a las distancias dadas en el último párrafo de la página anterior.

Asumiendo que el fenómeno es estacionario y estimando la varianza de la variable regionalizada a través de la varianza muestral, se tiene que el correlograma muestral está dado por:

$$r(h) = \frac{COV(Z(x+h), Z(x))}{S_{x+h} \cdot S_x} = \frac{C(h)}{S_x^2} = \frac{C(h)}{C(0)}$$

Bajo el supuesto de estacionariedad cualquiera de las tres funciones de dependencia espacial mencionadas, es decir semivariograma, covariograma o correlograma, puede ser usada en la determinación de la relación espacial entre los datos. Sin embargo como se puede observar en las fórmulas, la única que no requiere hacer estimación de parámetros es la función de semivarianza. Por esta razón, fundamentalmente, en la práctica se emplea el semivariograma y no las otras dos funciones.

A continuación se presenta un ejemplo ilustrativo del cálculo de la función de semivarianza experimental: Suponga que se tienen medidas sobre una variable hipotética cuyos valores están comprendidos entre 28 y 44 unidades y su configuración en una región de estudio es como se presenta en el esquema de la siguiente página. Como se indica en la representación, la distancia entre cada par de puntos contiguos es de 100 unidades. Luego si existe un punto faltante la distancia entre los dos valores ubicados a cada lado de éste será de 200 unidades. Veamos como calcular bajo esta situación el semivariograma experimental. Por simplicidad se calcularán sólo los semivariogramas en sentido (izquierda-derecha) e (inferior-superior), debido a que para obtener un semivariograma experimental en el que sólo se tenga en cuenta la distancia y no la orientación (*semivariograma omnidireccional*), se requeriría calcular la distancia euclidiana para un número considerablemente alto de parejas de puntos.

44		40	42	40	39	37	36	
42		43	42	39	39	41	40	38
37	37	37	35	38	37	37	33	34
35	38		35	37	36	36	35	200 ↑
36	35	36	35	34	33	32	29	28 ↓
38	37	35		30		29	30	32
	←							
	100	→						

En primer lugar en sentido izquierda-derecha se encuentran todas las parejas de puntos que están a una distancia de 100 unidades y se calcula el semivariograma como:

$$\bar{\gamma}(100) = (38 - 37)^2 + (37 - 35)^2 + (29 - 30)^2 + \dots + (37 - 36)^2 / 2 * 36 = 1.458$$

análogamente para la distancia de 200 unidades

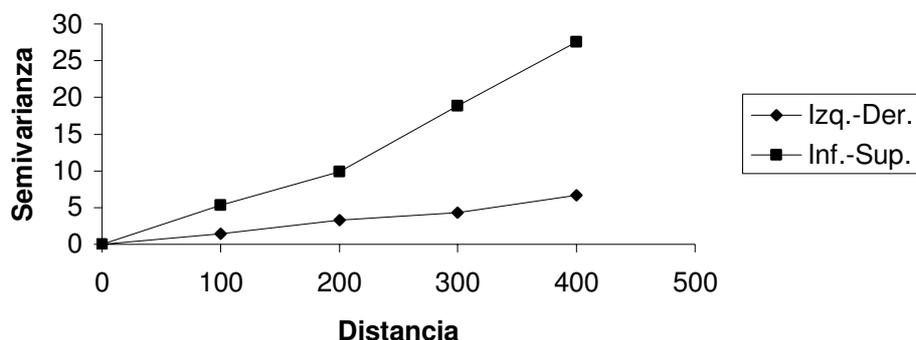
$$\bar{\gamma}(200) = (40 - 44)^2 + (40 - 40)^2 + (42 - 39)^2 + \dots + (29 - 32)^2 / 2 * 36 = 3.303$$

Similarmente se procede para otras distancias y para el sentido inferior-superior. Los valores calculados de el semivariograma se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 3.** Valores de la función de semivarianza experimental en dos direcciones para el conjunto de datos hipotéticos.

Distancia	Semivarianza Sentido Izquierda-Derecha	Semivarianza Sentido Inferior-Superior
100	1.45	5.34
200	3.30	9.87
300	4.31	18.88
400	6.69	27.53

Al graficar los valores de la función de semivarianza experimental dados en la tabla anterior (Fig. 8) se observa que en sentido inferior-superior el semivariograma es mayor que en sentido izquierda-derecha, luego la conclusión más relevante para este conjunto de datos es que la estructura de correlación espacial no sólo depende de la distancia entre los sitios, sino de su orientación. En otras palabras el fenómeno podría ser *anisotrópico*.



**Figura 8.** Función de semivarianza experimental en dos direcciones para un conjunto de datos hipotéticos.

### 3.2. Modelos Teóricos de Semivarianza.

Como se verá a partir del capítulo cuatro la solución del problema de predicción espacial kriging requiere del conocimiento de la estructura de autocorrelación para cualquier posible distancia entre sitios dentro del área de estudio. En la presentación del semivariograma experimental dada anteriormente se indicó que este es calculado sólo para algunas distancias promedios particulares. Por ello se hace necesario el ajuste de modelos que generalicen lo observado en el semivariograma experimental a cualquier distancia. Existen diversos modelos teóricos de semivarianza que pueden ajustarse al semivariograma experimental. En Samper y Carrera (1990) se presenta una discusión respecto a las características y condiciones que éstos deben cumplir. En general dichos modelos pueden dividirse en no acotados (lineal, logarítmico, potencial) y acotados (esférico, exponencial, gaussiano) (Warrick *et al.*, 1986). Los del segundo grupo garantizan que la covarianza de los incrementos es finita, por lo cual son ampliamente usados cuando hay evidencia de que presentan buen ajuste. Todos estos modelos tienen tres parámetros comunes (Fig. 9) que son descritos a continuación:

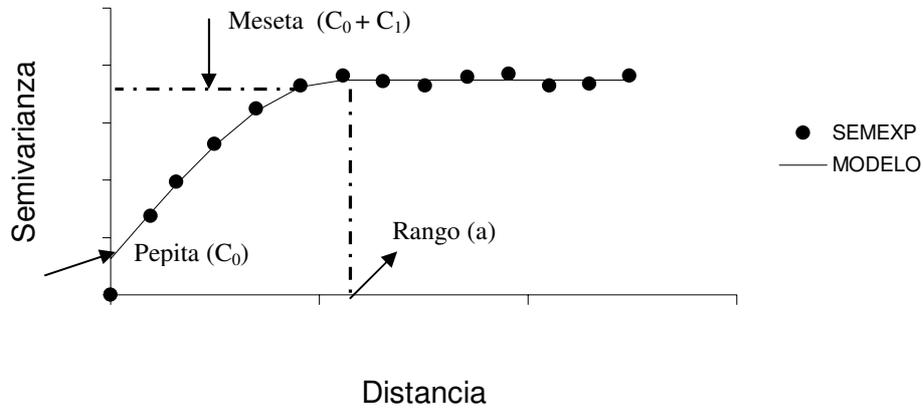
- **Efecto Pepita**

Se denota por  $C_0$  y representa una discontinuidad puntual del semivariograma en el origen (Fig. 9). Puede ser debido a errores de medición en la variable o a la escala de la misma. En algunas ocasiones puede ser indicativo de que parte de la estructura espacial se concentra a distancias inferiores a las observadas.

- **Meseta**

Es la cota superior del semivariograma. También puede definirse como el límite del semivariograma cuando la distancia  $h$  tiende a infinito. La meseta puede ser o no finita. Los semivariogramas que tienen meseta finita cumplen con la hipótesis de estacionariedad fuerte; mientras que cuando ocurre lo contrario, el semivariograma define un fenómeno natural que cumple sólo con la hipótesis intrínseca. La meseta se denota por  $C_1$  o por  $(C_0 + C_1)$  cuando la pepita es diferente de cero. Si se interpreta la pepita como un error en las mediciones, esto explica porque se sugiere que en un modelo que explique bien la realidad, la pepita no debe representar más del 50% de la meseta. Si el ruido espacial en las

mediciones explica en mayor proporción la variabilidad que la correlación del fenómeno, las predicciones que se obtengan pueden ser muy imprecisas. En la figura 9 se representa este parámetro para el caso de uno de los modelos acotados.



**Figura 9.** Comportamiento típico de un semivariograma acotado con una representación de los parámetros básicos. SEMEXP corresponde al semivariograma experimental y MODELO al ajuste de un modelo teórico.

### ▪ Rango

En términos prácticos corresponde a la distancia a partir de la cual dos observaciones son independientes. El rango se interpreta como la zona de influencia. Existen algunos modelos de semivariograma en los que no existe una distancia finita para la cual dos observaciones sean independientes; por ello se llama rango efectivo a la distancia para la cual el semivariograma alcanza el 95% de la meseta. Entre más pequeño sea el rango, más cerca se está del modelo de independencia espacial. El rango no siempre aparece de manera explícita en la fórmula del semivariograma. En el caso del modelo esférico (3.2.1), el rango coincide con el parámetro  $a$ , que se utilizará en las ecuaciones más adelante. Sin embargo, en el modelo exponencial (3.2.2), el rango efectivo es  $a/3$  y en el modelo gaussiano (3.2.3) es  $a/\sqrt{3}$ .

#### 3.2.1. Modelo Esférico

Tiene un crecimiento rápido cerca al origen (Fig. 10), pero los incrementos marginales van decreciendo para distancias grandes, hasta que para distancias superiores al rango los incrementos son nulos. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left( \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right) & h \leq a \\ C_0 + C_1 & h > a \end{cases}$$

En donde  $C_1$  representa la meseta,  $a$  el rango y  $h$  la distancia.

### 3.2.2. Modelo Exponencial

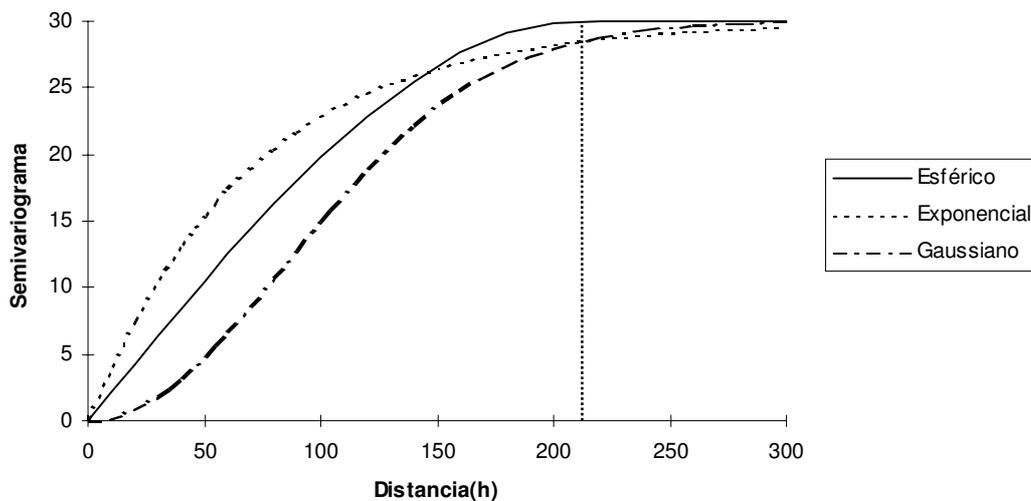
Este modelo se aplica cuando la dependencia espacial tiene un crecimiento exponencial respecto a la distancia entre las observaciones. El valor del rango es igual a la distancia para la cual el semivariograma toma un valor igual al 95% de la meseta (Fig. 10). Este modelo es ampliamente usado. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left( 1 - \exp\left(\frac{-3h}{a}\right) \right)$$

### 3.2.3. Modelo Gaussiano

Al igual que en el modelo exponencial, la dependencia espacial se desvanece solo en una distancia que tiende a infinito. El principal distintivo de este modelo es su forma parabólica cerca al origen (Fig.10). Su expresión matemática es:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left( 1 - \exp\left(\frac{-h^2}{a^2}\right) \right)$$



**Figura 10.** Comparación de los modelos exponencial, esférico y Gaussiano. La línea punteada vertical representa el rango en el caso del modelo esférico y el rango efectivo en el de los modelos exponencial y gaussiano. Este tiene un valor de 210, respecto a una escala simulada entre 0 y 300. El valor de la meseta es 30 y el de la pepita 0. El 95% de la meseta es igual a 28.5.

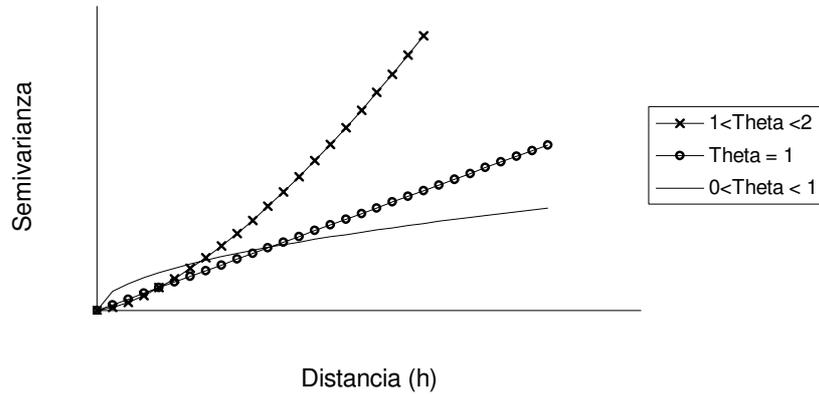
### 3.2.4. Modelo Monómicos.

Corresponden a los modelos que no alcanzan la meseta (Fig. 11). Su uso puede ser delicado debido a que en algunos casos indican la presencia de no estacionariedad en alguna dirección.

Su fórmula matemática es la siguiente:

$$\gamma(h) = kh^\theta \quad 0 < \theta < 2$$

Obviamente cuando el parámetro  $\theta$  es igual a uno el modelo es lineal y  $k$  representa la pendiente de la ecuación de regresión con intercepto cero. Gráficamente se pueden representar así:



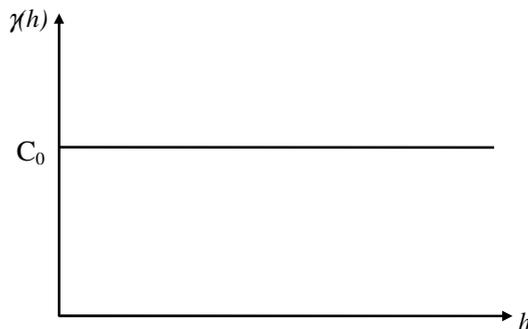
**Figura 11.** Comportamiento típico de los modelos de semivarianza monómicos.

### 3.2.5. Modelo de Independencia (Pepita Puro).

Es indicativo de carencia de correlación espacial entre las observaciones de una variable (Fig. 12). Es común sumar este modelo a otro modelo teórico de semivarianza, para obtener lo que se conoce como semivariograma anidado. Lo anterior se sustenta en una propiedad de los semivariogramas que dice que cualquier combinación lineal de semivariogramas con coeficientes positivos es un semivariograma. Su expresión matemática es:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C_0 & h > 0 \end{cases}, \text{ donde } C_0 > 0$$

Su representación gráfica es la siguiente:



**Figura 12.** Modelo de semivarianza teórico para variables sin correlación espacial.

La estimación de los parámetros de los modelos teóricos descritos puede ser llevada a cabo, entre otros métodos, por máxima verosimilitud (Cressie, 1993) o regresión no lineal (Gotway, 1991). Algunos paquetes de computo geoestadísticos como GS+ (Gamma Design Software, 1999) traen incorporados procedimientos iterativos como el de Gauss-Newton para llevar a cabo la estimación. Otros como GeoEAS (Englund y Sparks, 1988) sólo permiten el ajuste a sentimiento por el método de ensayo y error.

Como se mencionó en la sección 4.2. cuando la autocorrelación no es igual en todas las direcciones entonces se dice que hay anisotropía. Esa puede ser geométrica o zonal. La primera se presenta cuando los semivariogramas calculados en varias direcciones tienen igual meseta pero varían en el rango. En el segundo caso todos los semivariogramas direccionales tienen igual rango pero diferente meseta. Algunas transformaciones apropiadas para solucionar la anisotropía y hacer válida la construcción de un semivariograma omnidireccional se pueden encontrar en Isaaks y Srivastava (1989), Samper y Carrera (1990) y Cressie (1993).

### ***3.3. Aplicación: Estimación de Modelos de Semivarianza para algunas variables físicoquímicas y biológicas medidas en el estuario Ciénaga Grande de Santa Marta.***

En esta sección se hace una interpretación práctica de resultados encontrados al hacer estimación de modelos teóricos de semivarianza para un conjunto de variables medidas en el estuario Ciénaga Grande de Santa Marta (IGAC, 1973). Se consideran para el análisis datos tomados en dos niveles de la columna de agua (superficie y fondo), de las variables salinidad, oxígeno disuelto (mg/l), sólidos en suspensión (mg/l), nitritos ( $\mu\text{mol/l}$ ) y clorofila "a" ( $\mu\text{g/l}$ ). Además se estudian valores de profundidad (m) y transparencia (m). Para cada variable se obtuvieron 115 observaciones tomadas a lo largo de todo el sistema mediante muestreo sistemático de cuadrículas (cuadrículas de  $4 \text{ km}^2$ ) (Fig. 1). La ubicación en cada punto de muestreo fue realizada mediante un geoposicionador GPS 100 SRVY II (Garmin, 1993). Los semivariogramas experimentales y los correspondientes modelos estimados se hallaron por medio del software GS+ (Gamma Design Software, 1999).

#### **• Resultados y Discusión.**

Los semivariogramas experimentales encontrados (Figs. 13 y 14) indican que las variables presentan estructuras de dependencia espacial, puesto que en ningún caso la semivarianza es constante en función de la distancia. Los rangos encontrados en los modelos teóricos ajustados a los semivariogramas (tabla 4), superan los 11 km y en algunos casos éste parámetro alcanza los 25 km, lo cual resulta relativamente alto, teniendo en cuenta que la distancia entre los extremos sur y norte del sistema (la más amplia) no supera los 30 km. Lo anterior es un indicador de fuerte dependencia espacial para el caso considerado. Esto es sin duda conveniente puesto que desde un punto de vista teórico es conocido que un alto valor en el rango permite obtener curvas de predicción más suavizadas reduciendo las magnitudes en varianzas de predicción (Díaz-Francés, 1993). Es importante resaltar respecto a los otros dos parámetros, que en ningún caso el valor de la pepita supera el 50% del valor de la meseta (tabla 4), lo cual, según Díaz-Francés (1993), es recomendable para que el modelo de correlación espacial describa bien la realidad. Si el ruido espacial en las mediciones explica en mayor proporción la variabilidad que la correlación del fenómeno, las predicciones pueden ser muy imprecisas.

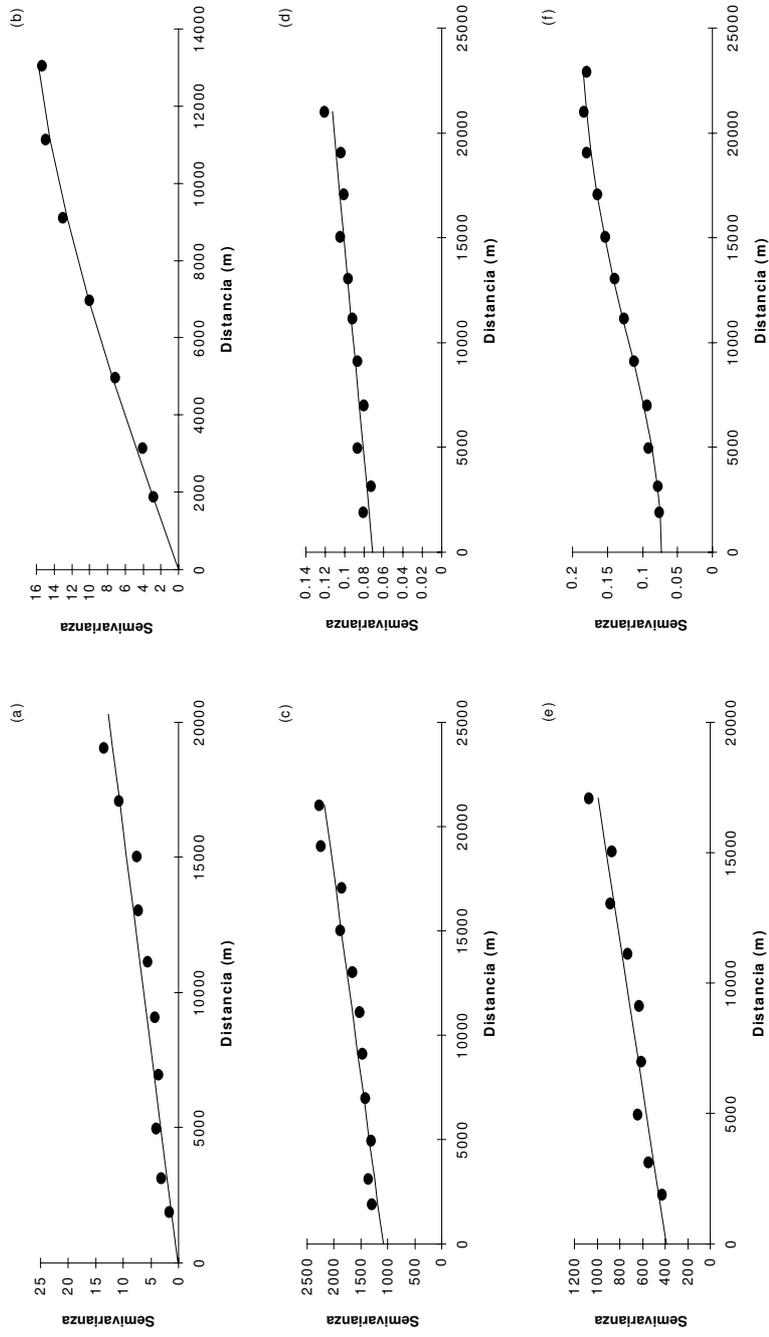


Figura 13. semivariogramas experimentales (calculados con los datos muestrales) y ajustes de modelos teóricos para las variables medidas en la superficie de la columna de agua de la Ciénaga Grande de Santa Marta en marzo de 1997. a) salinidad; b)oxígeno; c) sólidos en suspensión; d) nitritos; e) clorofila a; f)profundidad.

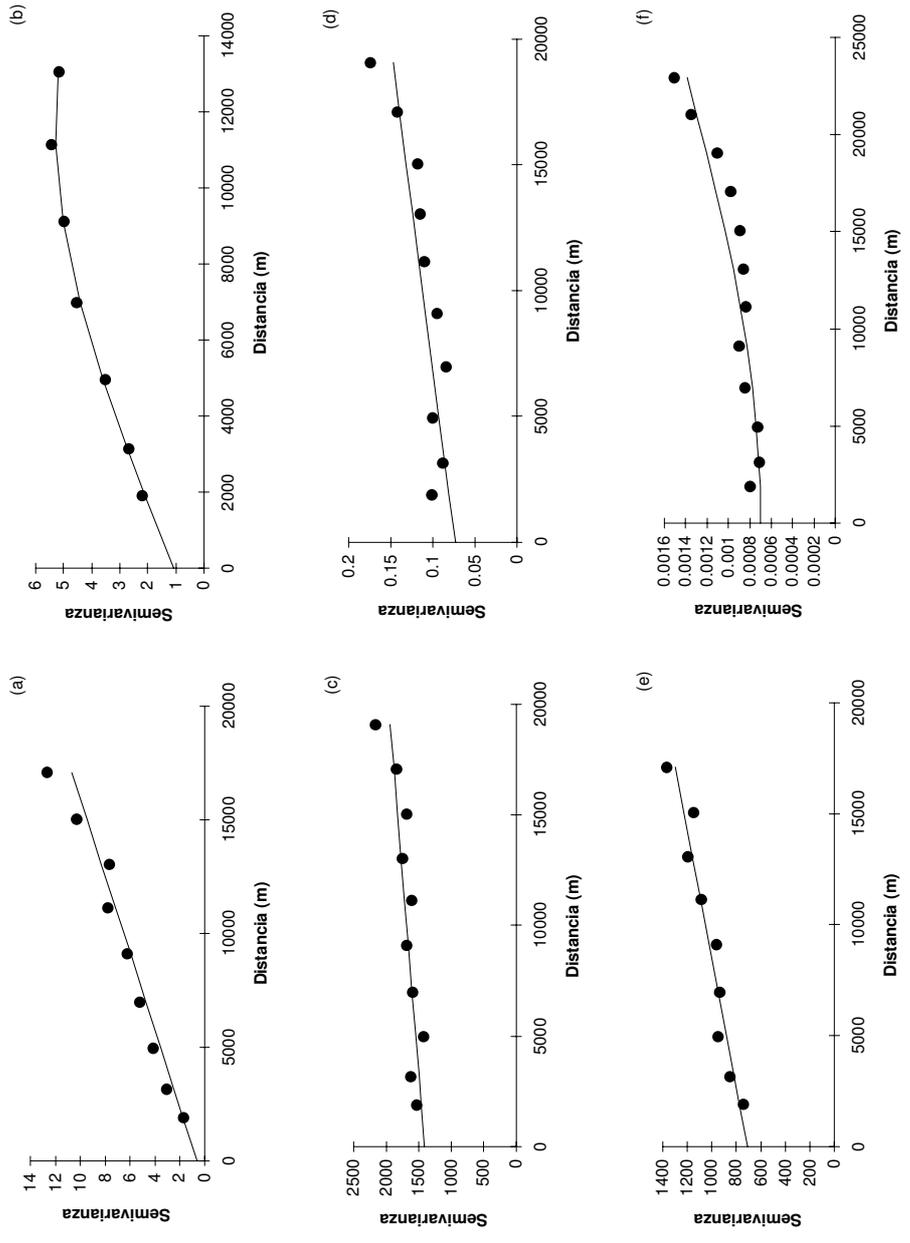


Figura 14. Semivariogramas experimentales (calculados con los datos muestrales) y ajustes de modelos teóricos para las variables medidas en el fondo de la columna de agua de la Ciénaga Grande de Santa Marta en marzo de 1997. a) salinidad; b) oxígeno; c) sólidos en suspensión; d) nitritos; e) clorofila a; f) transparencia.

**Tabla 4.** Modelos teóricos ajustados a semivariogramas experimentales de variables fisicoquímicas y biológicas medidas en dos niveles de la columna de agua de la Ciénaga Grande de Santa Marta, durante una jornada de muestreo realizada en marzo de 1997.

Variable	Nivel	Modelo	Pepita	Meseta	Rango (m)	$r^2$
Salinidad	Superficie	Lineal	0.179	12.309	20000	0.89
	Fondo	Lineal	0.627	11.752	20000	0.99
Oxígeno	Superficie	Gaussiano	1.830	14.320	12940	0.99
	Fondo	Esférico	1.080	4.211	11650	0.99
Sólidos en suspensión	Superficie	Lineal	1087	1138	22000	0.90
	Fondo	Lineal	1408	557	20000	0.67
Nitritos	Superficie	Lineal	0.071	0.043	22000	0.87
	Fondo	Lineal	0.073	0.077	20000	0.70
Clorofila a	Superficie	Lineal	389.2	623.2	18000	0.91
	Fondo	Lineal	710	616.4	18000	0.91
Profundidad		Gaussiano	0.073	0.121	24850	0.99
Transparencia		Gaussiano	0.0069	0.0019	25000	0.85

Se puede afirmar que las variables oxígeno disuelto, profundidad y transparencia cumplen con la hipótesis de estacionariedad fuerte, dado que sus modelos son acotados (Biau *et al.*, 1997; Samper y Carrera, 1990). De otro lado salinidad, sólidos en suspensión, nitritos y clorofila "a", sólo cumplen la hipótesis intrínseca (estacionariedad débil) puesto que sus modelos son lineales (Evangelos y Flatman, 1988; Samper y Carrera, 1990).

Debido a que los resultados arriba descritos respecto a los semivariogramas experimentales y al ajuste de modelos teóricos, confirman la hipótesis de autocorrelación espacial en las características medidas en el estuario de estudio, es posible afirmar que los métodos geoestadísticos pueden ser una herramienta de gran utilidad en la modelación e interpretación de fenómenos observados en este tipo de ecosistemas. Cuando se utilicen métodos estadísticos tradicionales (regresión, análisis de varianza, técnicas multivariadas, muestreo) para el análisis de este tipo de información, debe involucrarse en los correspondientes modelos la estructura de correlación espacial implícita en los datos.