

ma cuántico y al estudio del oscilador armónico.

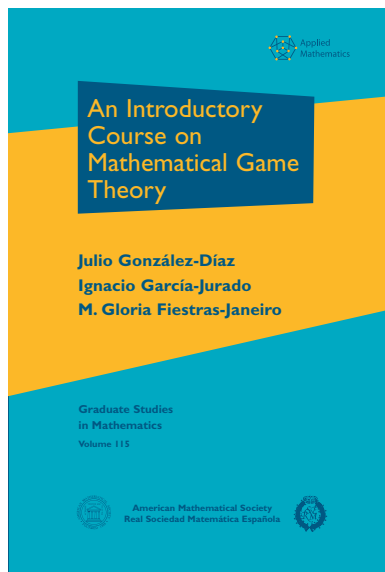
En mi opinión, este libro de Joan Cerdà es una extraordinaria contribución para todos aquellos que concebimos el análisis funcional lineal como una eficaz y potente herramienta que

permite el tratamiento e investigación de los principales problemas en áreas tan diversas como las señaladas en el prólogo de esta reseña. En especial a la mecánica cuántica, que en sus diferentes formulaciones está presente en el mundo científico actual.

JOSÉ LUIS GONZÁLEZ LLAVONA, DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO, UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

Correo electrónico: jl_llavona@mat.ucm.es

**«An Introductory Course on Mathematical Game Theory»,
de Julio González Díaz, Ignacio García Jurado
y M. Gloria Fiestras Janeiro**



Mathematical Game Theory

Autores: Julio González-Díaz, Ignacio García-Jurado y M. Gloria Fiestras-Janeiro

Editorial: AMS y RSME (Graduate Studies in Mathematics, 115)

Fecha de publicación: 2010

Páginas: xiii+324

ISBN: 978-0-8218-5151-7

El libro *An Introductory Course on Mathematical Game Theory* escrito por González Díaz, García Jurado y Fiestras Janeiro se suma a otros textos sobre Teoría de Juegos de carácter general dirigidos a estudiantes de postgrado o de últimos cursos de Matemáticas o Económicas que existen en la literatura, como pueden ser *Game Theory* de Owen [3], *A Course in Ga-*

Título: An Introductory Course on

me Theory de Osborne y Rubinstein [2] o *Game Theory: Analysis of Conflict* de Myerson [1]. Los tres títulos mencionados son considerados básicos para cualquiera que desee introducirse en el mundo de la Teoría de Juegos de una forma rigurosa y a la vez motivadora. El libro que nos ocupa tiene, a mi juicio, las mismas características positivas que los anteriores, por lo que no será extraño que en breve tiempo podamos encontrarlo como bibliografía básica recomendada en cursos de iniciación a la Teoría de Juegos. No obstante lo dicho, todos los libros mencionados tienen sus propias peculiaridades que los hacen diferentes entre sí y cada uno con su propio interés. Por lo tanto, nos encontramos ante un libro de texto que tiene todos los mimbres para convertirse en un futuro en un clásico de la Teoría de Juegos.

An Introductory Course on Mathematical Game Theory es un texto sobrio y matemáticamente formal, sin renunciar por ello al uso de interesantes elementos que ayudan a comprender mejor los conceptos que se presentan y a motivarlos dentro del contexto del análisis del comportamiento estratégico o cooperativo en situaciones de conflicto de intereses y que, además, facilitan la lectura. Entre estos elementos se encuentra una amplia colección de ejemplos excelentemente escogidos que contribuyen decisivamente a la comprensión de los conceptos y a conocer tanto su alcance como sus limitaciones. Asimismo, los autores tratan de motivar el sentido de cada una de las piezas matemáticas que se van introduciendo a lo largo del libro, con el fin de proporcionar una estructura compacta y bien fundamentada de lo que es la Teoría de Juegos y su formalización matemática.

Dicho esto, otro elemento interesante que aparece con frecuencia en este libro es el recurso a la descripción y análisis de experimentos económicos realizados por diferentes autores para comprobar en qué grado los conceptos matemáticos presentados para describir el comportamiento económico de los individuos, en su sentido más amplio, se aproximan a su comportamiento real. Algunas de estas piezas son verdaderamente interesantes y motivadoras, contribuyendo a la valía de este texto. Por último, al final de cada capítulo encontramos una colección suficiente de ejercicios que servirán para consolidar los conceptos e ideas presentadas.

Aparte de lo ya dicho en los párrafos anteriores, este libro tiene otras características esenciales. En primer lugar, reincidir sobre su sobriedad matemática pero, al mismo tiempo, cabe decir que muchas de sus páginas resultarán amenas incluso para aquellos menos acostumbrados a la formalización y rigor matemático. No obstante, otras partes son mucho más densas y, por ello, más difíciles de seguir para el lector con una menor formación matemática. En segundo lugar, el estilo es claro y conciso, sin introducir rodeos y explicaciones innecesarias. Esto conduce a un libro no demasiado extenso para la cantidad y variedad de temáticas de la Teoría de Juegos que aborda, por lo que *An Introductory Course on Mathematical Game Theory* proporciona un camino recto y seguro para adentrarse rápidamente en el apasionante mundo de la Teoría de Juegos. Todo esto coincide con la idiosincrasia propia de los autores, y también se observa que en el texto hay depositada mucha de la experiencia docente que han acumulado a lo largo de los años en la impartición de

numerosos cursos tanto de grado como de postgrado.

Los autores han dividido el libro en cinco capítulos. El primero de ellos dedicado a la presentación de los contenidos y resultados básicos de la Teoría de la Utilidad, los tres siguientes al análisis de los juegos no cooperativos y el quinto, y último, se dedica al estudio de los juegos cooperativos.

El primer capítulo es el más breve y en él se presentan los conceptos elementales de la Teoría de la Utilidad que son necesarios para el desarrollo del resto de los capítulos. En concreto, se realiza una revisión de los principales resultados para la utilidad ordinal y lineal, acompañados de varios ejemplos que clarifican y delimitan el alcance de los mismos.

En los dos capítulos siguientes se presentan los dos modelos básicos de juegos no cooperativos. Como en el resto del libro, el tratamiento es formal y matemáticamente riguroso, sin olvidar un cuidado análisis cualitativo de los conceptos que se abordan. Los autores diferencian el estudio de ambos modelos, dedicando el primero de estos capítulos a los juegos en forma estratégica o normal y el segundo a los juegos en forma extensiva o en árbol. Esta solución parece adecuada debido a que el primer tipo de modelos está basado en una estructura matricial, mientras que el segundo tipo se asienta sobre una estructura de grafo, en particular de árbol. En ambos casos se estudia el concepto de equilibrio de Nash y su existencia, así como la extensión mixta de estos dos modelos. Para los juegos en forma estratégica se realiza un detallado y riguroso análisis de las situaciones con dos jugadores, se estudian refinamientos del concepto de equilibrio

de Nash para juegos finitos poniendo de manifiesto las limitaciones cualitativas del equilibrio de Nash y sus refinamientos, y se introduce el concepto de equilibrio correlado. Finaliza este capítulo dedicado a los juegos en forma estratégica presentando en detalle los resultados matemáticos utilizados a lo largo del mismo. Quizá habría sido más adecuado concentrar todos los resultados matemáticos necesarios para el desarrollo del libro —que se demuestran en él o para los que se realiza una detallada presentación— en un capítulo dedicado a preliminares matemáticos, evitando así desviar la atención de la línea principal del texto.

Para los juegos en forma extensiva se presenta la distinción entre estrategias mixtas y estrategias de comportamiento, para a continuación introducir el concepto de equilibrio de Nash en este tipo de modelos y sus dos principales refinamientos: el equilibrio perfecto en subjuegos y el equilibrio secuencial. Para todos ellos se realiza un exhaustivo e interesante análisis, tanto cuantitativo como cualitativo. Asimismo, se introducen otros refinamientos del equilibrio de Nash en juegos en forma extensiva y se estudia la relación de todos estos conceptos de equilibrio con aquellos estudiados para los juegos en forma estratégica. Finaliza este capítulo con una breve pero muy bien elaborada introducción a los juegos repetidos.

Mientras que los dos capítulos anteriores estaban dedicados a modelos de juegos no cooperativos con información completa, en el cuarto capítulo del libro se estudian los juegos con información incompleta. Comienzan los autores introduciendo el modelo de juego bayesiano para a continuación estudiar

el concepto de equilibrio bayesiano y su existencia. Las siguientes secciones se dedican a presentar ejemplos y aplicaciones de este tipo de modelo que seguro resultarán muy sugestivas y motivadoras al lector. Para finalizar con este capítulo, cabe destacar el cuidadoso e interesante tratamiento que se hace del equilibrio bayesiano perfecto.

El quinto y último de los capítulos que forman este libro está dedicado al estudio de los juegos cooperativos, en particular de los juegos cooperativos con utilidad transferible. Comienzan los autores por la definición más general de juego cooperativo, que incluye la posibilidad de que no sea posible transferir utilidad entre los jugadores. A continuación estudian una clase particular de estos juegos, de gran interés en la literatura, los problemas de negociación (*bargaining*). Para ellos se estudian las dos reglas de reparto que quizá sean más relevantes, la solución de Nash y la de Kalai y Smorodinski, incluyendo un análisis axiomático de ambas. El resto del capítulo se dedica a los juegos cooperativos con utilidad transferible, analizando los principales conceptos de solución para esta clase de juegos. También se incluye una sección dedicada a la Teoría de la Implementación, que consiste en la obtención de las soluciones para juegos cooperativos como equilibrios de determinados juegos no cooperativos, en algún sentido. Esto proporciona una justificación o vía de cómo obtener

las soluciones cooperativas a partir del comportamiento individual (egoísta) o competitivo de los agentes. Las últimas cuatro secciones de este capítulo son originales con respecto a otros libros dedicados a los aspectos generales de la Teoría de Juegos. En ellas los autores han incluido algunas aplicaciones de los juegos cooperativos de gran interés en la literatura, como son: los problemas del aeropuerto, los problemas de bancarrota, los problemas de votación y los modelos cooperativos para problemas de Investigación Operativa.

Para concluir, el lector que se sumerja en las páginas de este libro encontrará una rigurosa y motivadora presentación de los contenidos básicos de Teoría de Juegos que le proporcionará una excelente introducción a los mismos, no sólo desde la perspectiva formal o matemática, sino que también encontrará muchos elementos que le ayudarán a comprender mejor la relevancia e interés de lo que se presenta.

REFERENCIAS

- [1] ROGER B. MYERSON, *Game Theory: Analysis of Conflict*, Harvard University Press, 1991.
- [2] MARTIN J. OSBORNE Y ARIEL RUBINSTEIN, *A Course in Game Theory*, MIT Press, Cambridge, MA y Londres, 1994.
- [3] GUILLERMO OWEN, *Game Theory*, Academic Press, 1995.