

El problema de Fekete, o sobre cómo distribuir puntos en una esfera

Marcelo Fiori

Instituto de Matemática y Estadística Rafael Laguardia (IMERL), Universidad de la República (Uruguay)

El problema de Fekete consiste en ubicar N puntos en la esfera S^2 , de forma de minimizar la denominada energía logarítmica. Si los puntos son $w_i \in S^2$, la energía logarítmica se define como $E = - \sum_{i \neq j} \log \|w_i - w_j\|$, y el problema de hallar configuraciones de puntos con “baja energía logarítmica” es uno de los problemas propuestos por S. Smale para el siglo XXI. Este problema de optimización es altamente no trivial, solo se conocen configuraciones óptimas para algunos valores de N (por ejemplo, para $N = 7$ puntos no se conoce la solución), y valores de energía promedio para algunos procesos puntuales. Con colaboradores hemos estado trabajando con acercamientos deterministas y probabilísticos. En esta charla les contaré algunos resultados de ambos mundos. Por un lado, una forma de atacar el problema de forma algebraica, utilizando bases de Gröbner para contar puntos críticos. Por otro lado, un resultado sobre el valor de energía promedio que resulta del siguiente proceso: sortear matrices aleatorias Gaussianas en los complejos, resolver el Polynomial Eigenvalue Problem, y mapear las soluciones de \mathbb{C} a S^2 por la proyección estereográfica.

Los resultados involucrados se encuentran en:

- *Characterization of Logarithmic Fekete Critical Configurations of at Most Six Points in All Dimensions.* Armentano, Bentancur, Carrasco, F. , Valdés, Velasco. International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC) 2025, [arxiv](#).
- *On the logarithmic energy of solutions to the polynomial eigenvalue problem.* Armentano, Carrasco, F. Constructive Approximation, 2025, [arxiv](#).

Data: 11 de setembro de 2025

Lugar: Aula 10 da Facultade de Matemáticas (USC).

Hora: 13:00h - 14:00h